

# Interpolation of the Pareto Optimal Solution in Multiobjective Genetic Algorithms

Mitsunori MIKI<sup>\*</sup>, Tomoyuki HIROYASU<sup>\*</sup>, Takefumi KONDO<sup>\*\*</sup> and Shinya WATANABE<sup>\*\*</sup>

(Received April 28, 2000)

Proposal in this paper is a method of interpolating the pareto optimal solution in Multiobjective Genetic Algorithms. In this method, some vacancies are made up by resuming computation of Multiobjective Genetic Algorithms. A beginning field is set up by variables of both sides of the vacancy. Then, computation of Multiobjective Genetic Algorithms is started from the beginning field again. Visualization of the pareto optimal solution is used as an interpolation's tool. Visualization is useful for understanding the vacancy and transition of individuals.

**Key words** : multiobjective genetic algorithms, pareto optimal solution, visualization

キーワード : 多目的遺伝的アルゴリズム, パレート最適解, 視覚化

## 多目的遺伝的アルゴリズムにおけるパレート解の補間

三木光範・廣安知之・近藤健史・渡邊真也

### 1. はじめに

最適化問題の中で目的関数を複数持つような問題は多目的最適化問題 (Multiobjective Optimization Problems: MOPs) と呼ばれる。現実的な問題の多くはこの複数の目的を持つ多目的問題になるものと考えられ、一般に複数の目的間にはトレードオフの関係があることが知られている。目的関数間にトレードオフがあるような場合には、解は単一ではなく複数の解集合となる。

従来の多目的最適化問題に対する手法として、複数の目的関数を任意の重み付けにより単一化する重みパラメータ法、任意の目的関数以外の目的関数を制約条件化し、任意目的関数の最適化に集約する制約法などが提案されている<sup>1, 2)</sup>。しかしながら、これらは複数もしくは無限にある解集合の中の一つの解しか求

めることができず、多目的最適化における目的関数間でのトレードオフをバランスさせた妥協解を得るという意味では不十分である場合が多い。

多目的最適化では、目的関数でのトレードオフをバランスさせ得る解として、パレート最適性が重要な概念とされている。パレート最適性とは、多目的最適化問題における解を、他の任意の解と総合的に比べても劣らないことが保証されたことである。すなわち、他のどの解より必ずしも優位にあるとは言い切れないが、より優れた解が他には存在しないような状態である。このようなパレート最適性を満足する解 (パレート最適解) は複数個あり、これらを集合として求めることが、効率的かつ適切に多目的意思決定を行う上で重要となる。

近年、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithms, 以下 GA) の持つ「集団による探索 (多点探索)」を行う

<sup>\*</sup> Department of Knowledge Engineering and Computer Sciences, Doshisha University, Kyoto  
Telephone: +81-774-65-6434, Fax: +81-774-65-6796, E-mail: mmiki@mail.doshisha.ac.jp, tomo@is.doshisha.ac.jp

<sup>\*\*</sup> Graduate Student, Department of Knowledge Engineering and Computer Sciences, Doshisha University, Kyoto  
Telephone: +81-774-65-6716, Fax: +81-774-65-6716, E-mail: takefumi@mikilab, sin@mikilab.doshisha.ac.jp

という特徴に注目し、直接的に解集合を求めることを目的とした多目的 GA に関する研究が報告されその有効性が検証されている<sup>3, 4)</sup>。しかしながら、従来の多目的 GA では、得られるパレート解に片寄りが生じてしまう場合や、得られるパレート解に疎の部分が存在してしまう場合がある。

そこで本研究では、十分なパレート解が得られないという問題の解決策として、得られた解集合の疎の部分を補間する手法を考案し、その有効性の検証を行う。

また、この補間する手法をより効果的にするために、パレート解の視覚化を行った。これにより、得られた個体分布の疎の部分が直感的に把握でき、疎の部分を補間しやすくなる、得られた個体分布の状態をより直感的に把握することができるといった効果が期待できる。

## 2. 遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化

### 2.1 多目的最適化問題

多目的最適化問題 (Multiobjective Optimization Problems, MOPs) とは「複数個の互いに競合する目的関数を与えられた制約条件の中で最小化する問題」と定義される。目的関数が互いに競合しあっているため、与えられた全ての目的関数に対して完全最適解を求めることはできない。完全最適解とは、どの目的関数に関しても最適となっている解である。従って、最も望ましい最適解ではあるが、現実の多目的最適化問題ではこの完全最適解は存在しない場合が多い。

そのため、多目的最適化では「ある目的関数の値を改善するためには、少なくとも他の1つ目的関数の値を改悪せざるを得ないような解」を求めることになる。多目的最適化では、このような解集合をパレート最適解 (Pareto optimal solution) と呼んでいる。故に、多目的最適化の1つの目標は、このパレート最適解 (集合) を導出することであると言える。

一般に多目的最適化問題は、 $k$  個の互いに競合する目的関数

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (1)$$

を、 $m$  個の不等式制約条件

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (2)$$

のもとで最小化するという問題として定式化される。

### 2.2 パレート最適解

パレート最適解は、多目的最適化問題における解の優越関係により定義される。

多目的最適化問題における解の優越関係の定義を以下に示す。

定義 (優越関係):  $x_1, x_2 \in \mathcal{S}$  とする。

$f_k(x_1) \leq f_k(x_2) \quad (\forall k = 1, \dots, p)$  の時、 $x_1$  は  $x_2$  に優越するという。

$f(x_1) < f(x_2) \quad (\forall k = 1, \dots, p)$  の時、 $x_1$  は  $x_2$  に強い意味で優越するという。

もし、 $x_1$  が  $x_2$  に優越しているならば、 $x_1$  の方が  $x_2$  より良い解である。従って、他のいかなる解にも優越されない解を選ぶことが、パレート最適解集合を求める方法である。次にこの優越関係に基づくパレート解の定義について以下に示す。

定義 (パレート解):  $x_0 \in \mathcal{S}$  とする。

$x_0$  に強い意味で優越する  $x \in \mathcal{S}$  が存在しないとき、 $x_0$  を弱パレート解という。

$x_0$  に優越する  $x \in \mathcal{S}$  が存在しないとき、 $x_0$  を (強)パレート解という。

目的関数が2つの場合におけるパレート最適解の例を Fig. 1 に示す。

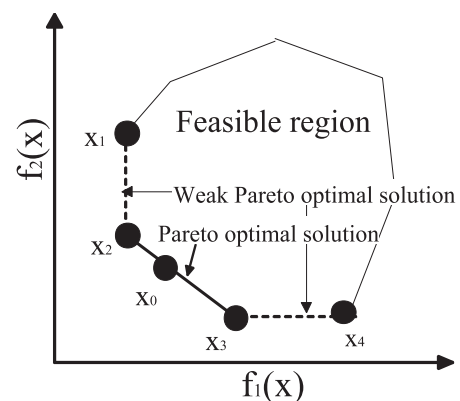


Fig. 1. Pareto optimal solution.

制約条件より Fig. 1 のような可能領域 (変数許容空間) 内でパレート解を求めるものとする。多目的最適化問題では、優越する解が他に存在しない解という、パレート解が解集合となる。そのため、図中では、 $x_0, x_2, x_3$  の3つが、パレート解となり、探索解となる。

### 2.3 多目的 GA

多目的最適化問題における GA では、設計領域内に遺伝子を生成し、交叉により新たな遺伝子を発生させなんらかの方法で選択することにより、各個体を真のパレート最適解集合に近づける。それぞれの世代において優越している個体によって形成される曲面を解のフロンティアと呼ぶ。最小化問題においては、Fig.2 に

示すように、世代交代を繰り返しながら、真のパレートフロントに近づいて行く。

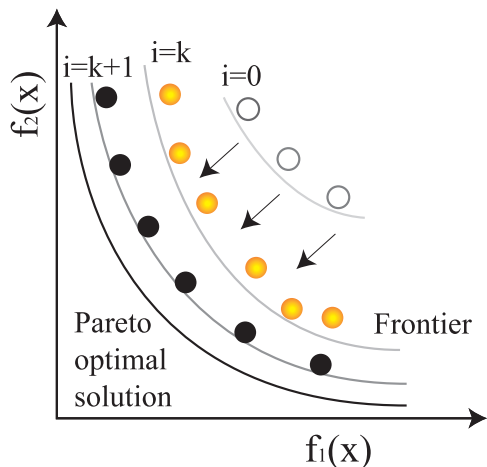


Fig. 2. Conceptual illustration of multiobjective genetic algorithms.

多目的最適化問題に対し GA を適用する場合、次の 2 点が問題となる。

- 1) 解の評価方法
- 2) 解の多様性

多目的 GA では複数の評価基準を考慮する必要があるため、単一目的における個体評価を直接適用することができない。また、最終的に求める解も複数存在するため、探索の終盤においても解の多様性が必要となる。

これらの問題点より、本研究では、より多様なパレート解、特に各目的関数のバランスを考慮するようなパレート最適解が得られやすいランキング法を用いた。ランキング法とは、解の優越関係に基づいて定められるランクとして適合度関数を作り、これにより選択を行うという手法である。本研究では、個体の順位付けが明確に行える Fonseca によるランキング法<sup>2)</sup>を採用した。Fonseca らのランキング法では、個体  $X_i$  が  $n_i$  個の個体に優越されているとき、 $X_i$  のランク  $r(X_i)$  を  $r(X_i)=1+n_i$  のように定める。

また、解の多様性をより重要視するためシェアリングという手法も組み合わせて用いている。シェアリングとは、個体分布の相対的な均一化を図る操作である。これより得られた適合度は、個体間の集中度合いを考慮に入れているため、この適合度を用いた選択を行うことにより、個体が均一に分散された状態で次世代に受け継がれるものと考えられる。

### 3. 視覚的補間手法の提案

従来の多目的 GA の解集合の評価基準も、世代数や計算時間、最終世代の個体分布そのものが、評価の対象となっていた。そこで、得られたパレート最適解の定量的な評価方法として、真の解と得られた解の誤差や、真のパレート最適解集合の何%をカバーしているかを表す被覆率、解が均一に分布しているかを示す多様性などがある<sup>1, 4)</sup>。しかしながら、一つの評価項目において優れていても、全ての評価項目において優れているということは一概には言えない。

その理由として、絶対精度はパレート最適個体集合の真のパレート最適解への収束度という縦の尺度であるのに対し、被覆率は最適個体集合の広がりという横の尺度であることがあげられる。すなわち、絶対精度と被覆率は互いに直交する尺度であり、片方のみ優れた解が存在し得る。

また、個体分布が真の解に近づいていても、局所的に疎の部分が発生してしまうという問題がある。そして、その問題を解決することは、パレート最適解集合となる個体の設計変数値が未知であるため、困難である。

そこで、本研究ではパレート解をより効率的に疎の部分の少なく生成する新しい手法を提案する。

#### 3.1 提案する補間アルゴリズム

1. まず、Fig. 3 に示すようなパレート解が得られたものとする。その場合、図中 A, B 間において、パレート解に疎の部分が生じている様子がわかる。このように、パレート解の視覚化を行うことにより、設定した最終世代における解曲面の疎の部分の容易に把握することができる。

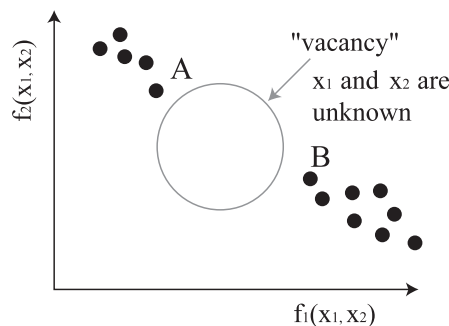


Fig. 3. Vacancy of the pareto optimal solution.

2. Fig. 3 中に示すように、視覚化により、パレート解の目的関数空間  $(f_1, f_2)$  における疎の部分は把握できるが、疎の部分(新の個体)を作り出す設

計変数値  $x_1, x_2$  は未知である．そのため，疎の部分  
部分を直接補間するようなことは不可能である．

- そこで，この疎の部分近辺の個体 (Fig. 3 にお  
ける A,B) に対応する設計変数空間での個体 (A',B')  
をそれぞれ多目的 GA の再探索する際の開始領域  
とする．そして，その領域から集中的に個体を発  
生させる．これより，解の補間を試みる．なお，  
通常の多目的 GA の開始領域は，制約条件を基に  
設定している．

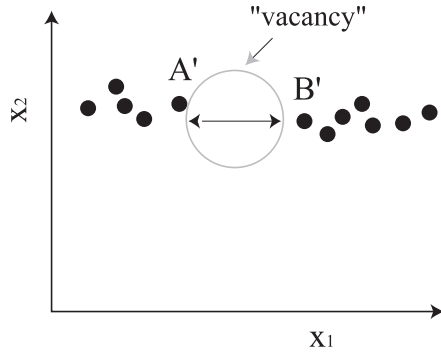


Fig. 4. Vacancy in the decision variables.

- 連続関数ならば Fig. 4 のように，設計変数空間内  
においても，目的関数での疎の部分が設計変数値  
に反映される場合が多い．よって，連続変数最適  
化問題の場合は特に，疎の部分近辺に個体を集中  
させて再探索させることにより，GA の進化によ  
り高い確率でその部分に個体が生まれ，補間でき  
るものと考えられる．

以上のアルゴリズムで，視覚化を行わずに疎の部分  
は埋まる．しかし，計算負荷が高い問題の場合，計算  
により疎の部分埋めるのは効率が悪い．そのため，  
視覚化は補間手法において有効な手段である．

### 3.2 パレート解の視覚化

一般的に行なわれている多目的 GA では，途中の世  
代における解集合の状態を考慮していない．そこで，  
多目的 GA の各世代ごとの個体分布を視覚化すること  
により，交叉やシェアリングの手法の違いによる個体  
推移の違いを把握することができる．また，評価項目  
を多数使用せずに解集合の精度を評価できるようになる．  
このように，パレート解の視覚化により，多目的  
GA の有効な手法をより深く調査できるのではないかと  
考えられる．

本研究では，パレート解の視覚化を行うにあたり，  
Java 言語を用いて開発を行った．

### 3.3 システムの構築

その視覚化のシステム構築の上で設定した主な機能  
は以下の通りである．

- 1) 真の解が既知である問題は真のパレート解を表示  
する．
- 2) 画面上の個体の設計変数値を参照できる．
- 3) 特定領域に個体を追加し，再探索することができる．

このシステムは，Fig. 5 のように，適用する問題に  
合わせ，計算を行う前に，それぞれの目的関数値と真  
のパレート解を入力している．本研究では，目的関数  
が二つの問題に対し適用を行ったため，Fig. 5 にお  
ける横軸を目的関数  $f_1$ ，縦軸を目的関数  $f_2$  とした．

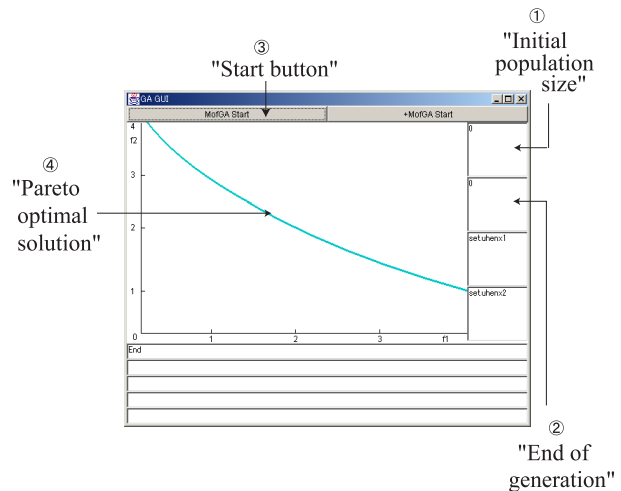


Fig. 5. System which is visualized pareto optimal solution.

Fig. 5 中に示す，  
にはそれぞれ初期個体数と  
終了世代数を計算前に入力する．そして，  
の "Mof  
GA Start "ボタンを押すと，通常の多目的 GA の計算  
が開始される．  
は，得られる解曲面の精度を通常の  
多目的 GA を行った場合と補間手法を用いた場合とを  
比較できるように，真のパレート解を表示させている．

ここでは，実験を行う一般的な手順を以下に示すと  
共に，実際に構築したシステムを，通常の多目的 GA  
を行い得られた解と，補間手法を用いた多目的 GA を  
行い得られた解について示す．

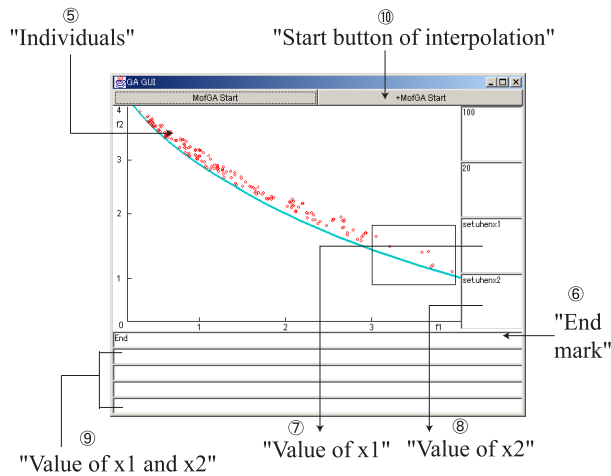


Fig. 6. System is processing multiobjective genetic algorithms.

Fig. 6 に示すように、通常の多目的 GA が今回設定した 20 世代まで終了した場合、の "Running" の表示が "End" に変わる。そして、の個体分布から、疎の部分把握し、図中の四角部分の両端の個体の設計変数値  $x_1$  と  $x_2$  を に表示させる。これより、の箇所に、上から順に疎の部分の両端の個体の片方の  $x_1$ 、もう一方の個体の  $x_1$ 、前者の  $x_2$ 、後者の  $x_2$  を入力する。その後、の "+MofGA Start" ボタンを押す、補間法を用いた多目的 GA を開始させる。

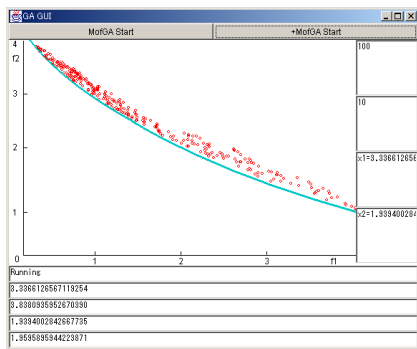


Fig. 7. System which is visualized the last pareto optimal solution.

通常に多目的 GA を 20 世代行い、その後補間法を用いた多目的 GA を 10 世代行った結果の表示を Fig.7 に示す。このシステムは、各世代ごとに個体の発生を表示しているため、個体の推移も把握することができる。また、計算前の終了世代設定から途中で終了させることも可能である。

実験の手順をまとめると以下ようになる。

1. 初期個体数、終了世代をそれぞれ図中の、の箇所に入力する。
2. 左上の開始ボタン（"MofGA Start"）を押す、そして通常の多目的 GA が始まる。
3. は、各世代のパレート解候補を示し、は適用した問題が既知の場合の真のパレート解を表示している。
4. 疎の部分が存在した場合、指定（画面上の個体をクリックする）した個体の設計変数値を に設計変数値  $x_1$ 、に設計変数値  $x_2$  を表示させる。
5. そして、の 4 段の内、上から順に疎の部分の両端の個体の片方の  $x_1$ 、もう一方の個体の  $x_1$ 、前者の  $x_2$ 、後者の  $x_2$  を入力する。
6. "+MofGA Start" ボタンを押す。これより、補間法を用いた多目的 GA が再び始まる。
7. 最終世代に到達した時点で、は計算中の "Running" から "End" に表示が変換される。

#### 4. 実験

本研究では、通常の多目的 GA の解曲面と、提案する手法による多目的 GA の解曲面の精度の比較検討を行い、提案する手法の有効性を検証する。

まず、通常の多目的 GA を 20 世代行う。そして、20 世代での解曲面に疎の部分が生じた場合、提案する手法により、疎の部分付近から多目的 GA を 10 世代再探索する。これより、疎の部分の補間されるかどうかを検討する。また、この場合と、通常の多目的 GA を 30 世代行う場合とで解曲面精度の比較検討を行う実験をする。

##### 4.1 適用する問題

本研究では、玉置らの考案した幾つかのテスト関数<sup>1, 2)</sup>を用いた。

###### 4.1.1 例題 1

###### 目的関数

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \frac{1}{4}x_1^2 \\ f_2(x) &= x_1(1-x_2) + 5 \end{aligned} \quad (3)$$

###### 制約条件

$$\begin{aligned} 1 &\leq x_1 \leq 4 \\ 1 &\leq x_2 \leq 2 \end{aligned} \quad (4)$$

#### 4.1.2 例題 2

##### 目的関数

$$\begin{aligned} f_1(x) &= x_1^2 - x_2 \\ f_2(x) &= -\frac{1}{2}x_1 - x_2 - 1 \end{aligned} \quad (5)$$

##### 制約条件

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}x_1 + x_2 - \frac{13}{2} &\leq 0 \\ \frac{1}{2}x_1 + x_2 - \frac{15}{2} &\leq 0 \\ 5x_1 + x_2 - 30 &\leq 0 \\ x_1 &\leq 0 \\ x_2 &\leq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

#### 4.1.3 例題 3

##### 目的関数

$$\begin{aligned} f_1(x) &= -2x_1 + x_2 \\ f_2(x) &= x_2 \end{aligned} \quad (7)$$

##### 制約条件

$$\begin{aligned} x_1^2 - x_2 &\leq 0 \\ 0 &\leq x_1 \\ x_2 - 1 &\leq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

#### 4.2 交叉方法

本研究では、三村<sup>1, 5)</sup>の提案する重心を用いた正規分布交叉を採用している。具体的な操作を以下に示す。

設計変数が  $n$  個の場合について考える。まず、子候補個体群より  $n+1$  個の親個体  $P_i (i = 1, \dots, n+1)$  を抽出する。次に、その  $n+1$  点の親空間における重心 ( $G$ ) を計算し、重心と  $n+1$  点空間において  $n+1$  点の子候補  $C_k (k = 1, \dots, n+1)$  を次式に従い導き出す。

$$\vec{C}_k = \vec{G} + N(0, \sigma^2) \cdot \frac{\overline{GP}_i}{|\overline{GP}_i|} \cdot w \quad (9)$$

上式における  $N$  は正規分布であり分散  $\sigma$  は親個体  $P_k$  と  $G$  間の距離としている。また  $w$  は、生成される子供候補の幅を更に広く (もしくは、狭く) するためのパラメータである。上式に従い、全ての生成された子供候補よりその平均を用いて次世代の子供  $C$  とする。

$$\vec{C} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} \vec{C}_k \quad (10)$$

また、この交叉方法によって生成された子個体  $C$  が制約条件を満たしていない場合には、次式により代替個体  $C^*$  を得る。

$$\vec{C}^* = \vec{P}_1 + \alpha \cdot \overline{P_1 C} \quad (11)$$

上式は、子個体の親個体への接近を意味している。上式における  $\alpha$  は、代替個体がどの程度現在の子個体から親個体に近づいた位置に置かれるかを表すパラメータであり、本研究では  $\alpha = 0.5$  と設定した。代替個体が、制約条件を満たすまで、上式は繰り返され、制約条件内に入った段階で代替個体は真の子個体となる。

#### 4.3 多目的 GA のパラメータ設定と評価項目

今回の数値実験での多目的 GA のパラメータを Table 1 に示す。

Table 1. Parameter setting.

Parameter	Value
Initial population size	100
Crossover rate	1
Mutation rate	0
Sharing range	10

本研究では、評価項目を被覆率、得られた解の疎の部分の数、そして補間手法を用いた場合に、疎の部分に増加した個体の数とした。

被覆率とは、いかに真のパレート解を隙間なく詳細に求めているかを評価する基準である。まず、各目的関数値の最大と最小を用い、各目的関数を軸に、最小値と最大値の間を任意数に分割し、分割された領域をどれだけカバーしているかを評価値として用いた。具体的な定式を以下に示す。

ある目的関数  $f_k$  における被覆率  $C_k$  は、

$$C_k = \frac{N_k}{N} \quad (12)$$

により求められる。なお、上式における  $N$  は分割数、 $N_k$  はパレート解を含む小領域の数を意味する。また、パレート最適解集合の被覆率  $C$  は各目的関数毎における被覆率の平均により表される。

$$C = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N C_k \quad (13)$$

ゆえに、被覆率の最大値は 1、最小値は 1 となり、最大値 1 に近いほど良い解であるといえる。

#### 4.4 実験結果

実験結果は、適用した問題全て、5回試行の平均を表している。また、通常の多目的GAを20世代行い、その後、補間手法を用いた多目的GAを10世代行った場合、そして通常の多目的GAを30世代行った場合についての結果を、被覆率、得られた解の疎の部分の数、疎の部分に増加した個体の数の3つの評価項目をもとに以下に示す。

##### 4.4.1 例題 1

例題 1 の実験結果を Table 2 に示す。

Table 2. Effect of interpolation (exercise 1).

Cases	Cover rate	Number of vacancy	Number of increase individuals
Before interpolation	68%	6.6	
After interpolation	83%	3.8	6.8
Conventional GA in MOPs	78%	5.4	

Table 2 より、被覆率において、20 世代終了後補間手法を用いて 10 世代行った場合、15% 高くなっているのに対し、通常の多目的 GA を 30 世代行った場合は 10 世代で 10% しか上がっていないことから、補間手法を用いた多目的 GA の方が良好な結果を得ることができた。

また、得られたパレート解集合の疎の部分の数も被覆率と同様に、20 世代終了後補間手法を用いて 10 世代行った場合の方が、通常の多目的 GA を 30 世代行った場合よりも減っており、指定した疎の部分への補間も成功している。よって、評価項目全てにおいて補間手法を用いた場合の方が結果は良好となった。

その補間について、視覚的に表した結果を以下に示す。

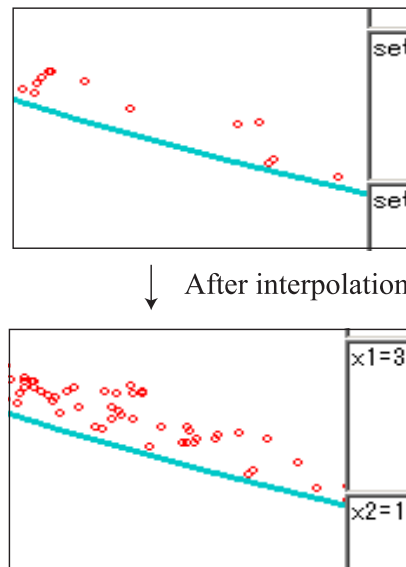
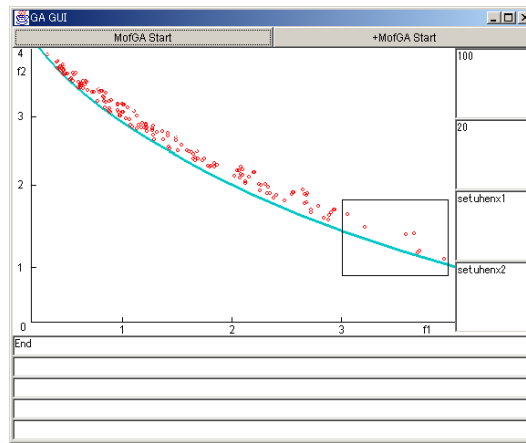


Fig. 8. Result of interpolation by visualization.

Fig 8 における拡大部分からも、表の結果と同様に、指定した疎の部分に 10 世代で確実に個体が生成されていることが証明された。

##### 4.4.2 例題 2

例題 2 の実験結果を Table 3 に示す。

Table 3. Effect of interpolation (exercise 2).

Cases	Cover rate	Number of vacancy	Number of increase individuals
Before interpolation	61%	7.6	
After interpolation	75%	5.2	4.4
Conventional GA in MOPs	71%	6.0	

例題 1 と同様に、全体的な結果としては、あまり良好ではないが、各評価項目、いずれの評価値において

も通常の多目的 GA を 30 世代行う場合よりも補間手法を用いた場合の方が、良好な結果が得られた。

#### 4.4.3 例題 3

例題 3 の実験結果を Table 4 に示す。

Table 4. Effect of interpolation (exercise 3).

Cases	Cover rate	Number of vacancy	Number of increase individuals
Before interpolation	70%	13.6	
After interpolation	78%	10.2	4.2
Conventional GA in MOPs	73%	11.0	

例題 1,2 と比較して、各手法とも、疎の部分が多く、隙間の多い解が得られているが、いずれの評価項目においても、通常の多目的 GA を 30 世代行う場合よりも補間手法を用いた場合の方が、良好な結果が得られた。

#### 4.5 考察

視覚化を通して、通常の多目的 GA の解曲面と新たに提案する手法による多目的 GA の解曲面の精度の比較実験を行った結果について考察する。

4 節の例題 1, 2, および 3 の結果からもわかるように、20 世代では、疎の部分が複数箇所存在してしまう。そこで、解曲面の疎の部分を補間するため、再度個体の開始領域を疎の部分近辺に指定し、10 世代多目的 GA を行った。結果から、指定した疎の部分周辺に個体が生まれ、疎の部分にうまく補間された。

また、通常の多目的 GA を 30 世代行った結果と、通常の多目的 GA を 20 世代行った後に、再度個体の開始領域を疎の部分近辺に決め、多目的 GA を 10 世代行った結果を比較してみても、同じ世代数ではあるが、疎の部分の少なさや被覆率を見ても提案した手法の方が良好な結果となった。

例題 1, 2, および 3 における多目的 GA の解曲面精度に関して、疎の部分から再度多目的 GA を行う手法の方が、通常の多目的 GA に比べ、疎の部分が全体的に減っているため、この手法は有効と言える。

### 5. 結論

本研究では、多目的 GA におけるパレート解の視覚化によって、各世代における個体分布を視覚的に把握することが可能となった。また、疎の部分の補間とい

う新たな手法を提案し、解曲面の精度を向上させることができた。

本研究によって確認されたことを以下に示す。

- 1) 通常の多目的 GA で得られた解曲面の疎の部分を補間するため、再度個体の開始領域を疎の部分近辺に決め、再探索を行った。この手法より、指定した疎の部分周辺にパレート解候補の個体が生まれ、疎の部分への補間が成功した。
- 2) 通常の多目的 GA を 30 世代行った個体分布と、通常の多目的 GA を 20 世代行った後に再度補間法を用いた多目的 GA を 10 世代行った個体分布を比較してみた。その結果、提案した手法の方が、全体的に疎の部分が減り、被覆率も上がった。
- 3) 従来は、得られたパレート解の目的関数値のみを表していたが、視覚化のシステムを構築したことにより、画面上から得られたパレート解の設計変数値と目的関数値の両方の値を同時に把握することが可能となった。
- 4) 本研究で提案する手法により、多目的 GA で得られた解曲面の疎の部分を効率良く補間することが可能となったが、疎の部分が複数存在した場合、一つずつ補間することしかできていないため、計算時間や計算効率の面からも有効であるとは言えない。よって、今後この問題点を改善する必要がある。

#### 参考文献

- 1) 廣安知之, 三木光範, 渡邊真也, 畠中一幸. 多目的分散遺伝的アルゴリズムにおけるシェアリング, 収束判定, 及び解の評価手法の検討. 同志社大学理工学研究報告, 第 40 巻, 第 4 号, 2000.
- 2) 三宮信夫, 喜多一, 玉置久, 岩本貴司. 遺伝アルゴリズムと最適化. 朝倉書店, 1998.
- 3) 玉置久, 森正勝, 荒木光彦. 遺伝的アルゴリズムを用いたパレート最適解集合の生成法. 計算自動制御学会論文集, Vol.31, No.8, P1185-1192, 1995.
- 4) 比屋根一雄. 並列遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化問題のパレート最適解集合の生成法と定量的評価法. 第 9 回自律分散システムシンポジウム, 計算自動制御学会, p295-300, 1997.
- 5) 三村泰成, 廣安知之, 三木光範. 実数コーディングを用いた遺伝的アルゴリズムのトラス構造最適化問題への適用. 計算工学講演会論文集 Vol.4, 1999.



