

## 多目的矩形パッキング問題に対する進化的手法の有効性

渡邊 真也<sup>†</sup>      廣安 知之<sup>††</sup>      三木 光範<sup>††</sup>

The effect of Evolutionary Algorithm for Multi-Objective Rectangular Packing Problem

Shinya WATANABE<sup>†</sup>, Tomoyuki HIROYASU<sup>††</sup>, and Mitsunori MIKI<sup>††</sup>

あらまし 本論文では、矩形パッキング問題に対する近傍培養型 GA(Neighborhood Cultivation Genetic Algorithm :NCGA) の有効性の検証を行う。我々の提案した NCGA は、これまでに提案されてきたいくつかの多目的 GA における探索に効果的なメカニズムに近傍交叉という独自のメカニズムを組み合わせた新たなアルゴリズムである。本手法の代表的なテスト問題に対する有効性は、これまでの研究において既に検証されており良好な結果が得られている。一方、矩形パッキング問題は大規模集積回路におけるチップ面積最小化を目的とするフロアプランニングなどに応用されており、離散組み合わせ問題の 1 つであり、探索が困難であり解を得るまでに非常に時間がかかることが知られている。本論文では、この矩形パッキング問題を配置図形の縦と横の長さを目的とする多目的化して定式化し、ブロック配置表現としてシーケンスペアを、交叉法として PPEX を採用している。これらにより NCGA の有効性の検証を試みた。比較手法としては、NSGA-II, SPEA2, non-NCGA(近傍交叉を行わない NCGA) の 3 手法を用いた。

キーワード 矩形パッキング問題, 多目的最適化, 遺伝的アルゴリズム, 近傍培養型 GA, シーケンスペア

### 1. はじめに

Schaffer らの VEGA [1] によって始まった遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm :GA) の多目的最適化への応用は、近年ますます盛んに行われるようになり大きな進歩を見せている [2]。

これまでの数多くの多目的 GA に関する研究により、いくつかの優れたオリジナルアルゴリズムが提案され、良好な結果を得てい [2] ~ [5]。代表的なアルゴリズムの中でも、特にその性能が優れているとされるのが Deb らの提案する NSGA-II [3] と Zitzler らの提案する SPEA2 [4] である。

一方、我々は上記の手法には無い特徴を兼ね備えた多目的 GA における手法として近傍培養型 GA (Neighborhood Cultivation Genetic Algorithm :NCGA) を

提案した [5]。NCGA は、NSGA-II, SPEA2 といったこれまでに提案されてきた優れた手法の持つ効果的なメカニズムと、近傍交叉という独自のメカニズムを併せ持ったアルゴリズムである。本手法の代表的なテスト問題に対する有効性は、これまでの研究において既に検証されており良好な結果が得られている [5]。

多目的 GA の実問題への応用について見ると、その数は少なくない [2]。本論文では、複数の矩形ブロックを最小面積で配置する矩形パッキング問題に対する NCGA の適用を試みる。この矩形パッキング問題は、大規模集積回路 (LSI) におけるチップ面積最小化を目的とするフロアプランニング [6], [7], プラントなどの設備や職場の配置など幅広い分野に応用されている [8]。矩形パッキング問題は、組み合わせ最適化問題の 1 つであり、扱うブロック数によって可能な組み合わせが指数的に増加するという特徴を持っている。

本論文では、この矩形パッキング問題に対して、最終的に得られた配置図形の縦と横の長さをそれぞれ目的とする多目的最適化問題として定式化を試みた。これは、面積の最小化だけでなく、実際に各ブロックを配置する図形のアスペクト比を解選考者が選択でき

<sup>†</sup> 産業技術研究所 生命情報科学研究センター

Computational Biology Research Center, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST)  
Aomi Frontier Bld. 17F, 2-43 Aomi, Koto-ku, Tokyo, 135-0064  
Japan

<sup>††</sup> 同志社大学工学部

Faculty of Engineering, Doshisha University, 1-3 Tatara  
Miyakodani, Kyo-tanabe, Kyoto, 610-0321 Japan

るようにするためである．また，本論文ではブロック配置表現としてシーケンスペア [7] を，交叉法として PPEX [9] を採用している．

数値計算例では，多目的矩形パッキング問題に対して提案手法，NSGA [5] の適用を試み，SPEA2，NSGA-II との比較から NSGA の有効性の検証を行った．今回採用した問題の定式化およびパッキングの表現方法，交叉などの有用性についての検討は今後の課題である．

## 2. 多目的最適化問題

多目的最適化問題は， $k$  個の互いに競合する目的関数  $f(\vec{x})$  を  $m$  個の不等式制約条件のもとで最小化する問題と定義される [2]．

多目的最適化問題では，各目的関数がトレードオフの関係にある場合，単一の最適解を得ることは難しい．そのため，最適解の概念の代わりにパレート最適解の概念が導入されている．

パレート最適解は，多目的最適化問題における解の優越関係により定義される．多目的最適化問題の最小化の場合における解の優越関係の定義を以下に示す．

定義 (優越関係):  $\vec{x}_1, \vec{x}_2 \in R^n$  とする．

$f_i(\vec{x}_1) \leq f_i(\vec{x}_2)$  ( $\forall i = 1, \dots, k$ ) であり，かつ， $f_i(\vec{x}_1) < f_i(\vec{x}_2)$  ( $\exists i = 1, \dots, k$ ) が成立するとき， $\vec{x}_1$  は  $\vec{x}_2$  に優越するという．

上記の優越関係に基づくパレート最適解の定義について以下に示す．

定義 (パレート最適解):  $\vec{x}_0 \in R^n$  とする．

- $\vec{x}_0$  に優越する  $\vec{x} \in R^n$  が存在しないとき， $\vec{x}_0$  を (強) パレート最適解 ((strong) Pareto optimal solution) という．
- $f_i(\vec{x}^*) < f_i(\vec{x}_0)$  ( $\forall i = 1, \dots, k$ ) となるような  $\vec{x}^* \in R^n$  が存在しないとき， $\vec{x}_0$  を弱パレート最適解 (weak Pareto optimal solution) という．

## 3. 多目的遺伝的アルゴリズム

GA を用いた多目的最適化への試みは近年盛んに行われており，数多くのアルゴリズムが提案され成果を上げている [2]~[5]．

特に，近年では NSGA-II (Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm) [3]，SPEA2 (Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2) [4] といった強力なアルゴリズムが提案され，従来までの手法に比べ良好な結果を示している．

NSGA-II は，NSGA [2] の改良アルゴリズムとして

Deb, Agrawal らによって 2001 年に提案されたアルゴリズムである．NSGA-II では，NSGA と比較して非優越解の保存，混雑度トーナメント選択 (Crowded Tournament Selection)，混雑度距離 (Crowding Distance) といった特徴が追加されている．一方，SPEA2 は，SPEA の改良アルゴリズムとして Zitzler らによって 2001 年に提案されたアルゴリズムである [4]．SPEA と比較して SPEA2 では，新たな適合度割当て，アーカイブ端切り手法 (truncation method) が追加され，アーカイブ個体群の扱いも変更されている．

これらのアルゴリズムは，多くの共通するメカニズムを有している．これらの共通するメカニズムのうち，特に探索に効果的であるメカニズムを以下に示す．

- 探索した優良解の保存
- 保存している優良解の探索への反映
- 保存している優良個体の削減
- 各目的スケールの正規化

また，単一目的最適化に対して適用される単一目的 GA と多目的 GA の比較という観点から見た場合，GA の探索過程において両者には大きな異なりが存在する．単一目的の場合，探索初期には母集団の多様性を維持した大局的な探索が行われ，探索後期には局所的な探索が行われて唯一の最適解が得られると考えられる．一方，多目的 GA の場合，複数存在するパレート最適解集合を求めることが目標となるため，探索の初期から終期に至るまで，一貫して多様性を維持し，かつ，各探索点において局所的な探索を行うことが必要となる．

これは，多様性が失われればパレート最適解集合が存在する領域全体の探索が行われな一方，局所探索が行われなければ精度の高いパレート最適解が得られないためである．

そのため，パレート最適解集合が存在する領域全体に対して高速かつ精度の高い解探索を実現するためには，以下の 3 つのメカニズムが必要と考えられる．

- パレート最適解集合付近での高速な解探索を実現するメカニズム
- 母集団の多様性を維持するメカニズム
- 局所探索を実現するメカニズム

これまでの手法では，1) に対するメカニズムが上記の a) および b) であり，2) に対するメカニズムが c) および d) であると考えられる．

#### 4. 近傍培養型遺伝的アルゴリズム

前章で示したように、近年の多くの多目的 GA の手法は同一の目的を達成するために似通ったメカニズムを有している。一方、これらのアルゴリズムに対して局所探索を実現するメカニズムを付加することによりさらに精度の良い解が得られると期待される。

そこで、我々は局所探索を実現するため近傍交叉という新たなメカニズムを取り入れた新たな手法、近傍培養型遺伝的アルゴリズム (Neighborhood Cultivation GA: NCGA) の提案を行った [5]。近傍交叉とは、交叉のための親個体を選択する際、個体どうしの近接度合いを考慮する交叉方法である。なお、ここでの近傍とは個体同士の構造的な近さではなく目的関数空間において個体間の距離がある一定値以内であると定義する。

NCGA は、前章で示した多目的 GA において探索に効果的なメカニズムに近傍探索という新たなメカニズムを有したアルゴリズムである。

##### 4.1 近傍培養型遺伝的アルゴリズムの概要

以下に、本モデルの流れを示す。

###### Step1

初期個体を生成する。世代  $t = 1$  とする。各個体の評価を行い、これらの初期個体群をアーカイブ個体群 ( $A_t$ ) とする。

###### Step2

アーカイブ個体群 ( $A_t$ ) を探索個体群 ( $P_t$ ) にコピーし、 $P_t$  を 1 つの目的関数値を基準にソートし並び替える。この際、基準となる目的関数  $f_i(x)$  は、世代  $t$  を目的関数の数  $M$  で割った余りから求める ( $t \equiv i \pmod{M}$ )。また、Step 3, 4 において用いる個体番号を表すための変数  $i$  を 0 に初期化する。

###### Step3

Step2 によりソートされた探索個体群 ( $P_t$ ) に対して  $i$  番目と  $i + 1$  番目の隣り合った 2 個体をペア個体群として選択する。

###### Step4

選択された 2 個体のペア個体群を用いて交叉、突然変異、評価を行い、ペア個体群を更新する。変数  $i$  に 2 を加え、 $i$  が個体数と等しくなるまで Step3, Step4 を繰り返す。この結果、探索個体群が全て更新される ( $P_{t+1}$ )。

###### Step5

探索個体群 ( $P_{t+1}$ ) とアーカイブ個体群 ( $A_t$ ) との

比較を行い、アーカイブ個体群を更新する ( $A_{t+1}$ )。この際、アーカイブ更新の方法として SPEA2 における環境選択 (environmental selection) <sup>(注1)</sup> の手法を用いる。また、SPEA2, NSGA-II と同様、アーカイブ個体群はあらかじめ設定した個体数  $N$  個分の個体を優良個体として保存している。

###### Step6

終了条件を満たすかどうか判定を行う。本論文では、あらかじめ設定した世代数 (終了世代) への到達を終了条件として用いた。終了条件を満たせば終了、満たさない場合には、世代  $t = t + 1$  を行い、Step2 へ戻る。

このように提案する NCGA は、探索個体群に対して任意の目的関数軸を基準としたソートを行い、隣り合う 2 つの個体をペア個体群として選択し、遺伝的操作を行っている。ソートされた個体群における隣り合う個体どうしは、目的関数空間における個体間の距離が比較的近いいため、隣り合う 2 つの個体を用いて交叉を行うことにより近傍交叉を実現することができる。

ただし、ここでのソートを常にある一定の目的関数軸を基準に行うと繰り返し同じペアどうしでの交叉になる恐れがある。そのため、以下のような方法を用いている。

- 世代ごとに基準となる目的関数値を変化
- ソート後の探索個体群に対して母集団サイズの 1 割程度の幅において近傍シャッフルを実行

ソートの基準となる目的関数  $f_i(x)$  は、世代  $t$  を目的関数の数  $M$  で割った余りにより決定する ( $t \equiv i \pmod{M}$ )。そのため、世代ごとに基準が変化し、交叉を行うペアがより変化しやすくなっている。近傍シャッフルとは、ある一定の範囲内で個体をランダムに並び替えるものである。例えば、100 個体の個体群が対象である場合、各個体は幅最大 10 の範囲で乱数を用いたシャッフルが行われる。このことにより、母集団に変化がなくなってくる探索終盤においてもペアが変化するようになっている。

また、アーカイブ個体群 ( $A_t$ ) の更新には SPEA2 の適合度割当ておよび端切手法を用いた環境選択の方法を用いている [4]。SPEA2 における環境選択の大きな手順を以下に示す。

(注1): 一般に、新たに得られた探索個体群を用いて保存しているアーカイブ個体群を更新する場合、探索個体群と優良個体群の和集合から選択操作を用いて新たな優良個体群を生成する。この選択操作のことを環境選択と呼ぶ [4]。

Step1 探索個体群 ( $P_{t+1}$ ) とアーカイブ個体群 ( $A_t$ ) の和集合  $R_t$  を作成する。

Step2  $R_t$  に対して SPEA2 における適合度割当てを行う [4]。

Step3 割当てられた適合度と端切手法<sup>(注2)</sup>を用いて  $R_t$  からアーカイブ個体群の個体数分の個体を選択し、新たなアーカイブ個体群  $A_{t+1}$  を生成する。一方で、SPEA2、NSGA-II などの手法が用いているアーカイブ個体群 ( $A_t$ ) から探索個体群 ( $P_t$ ) を選択するメイトング選択 (mating selection)<sup>(注3)</sup>を行っていない。メイトング選択操作では、アーカイブ個体群の中から特に優れた個体を重複して選択する。しかし、NCGA では同じ個体が複数存在すると近傍交叉に悪影響を及ぼす可能性があるため、この操作を行っていない。NCGA ではアーカイブ個体群 ( $A_t$ ) のコピーを探索個体群 ( $P_t$ ) として用いている。

## 5. 矩形パッキング問題

矩形パッキング問題は、大規模集積回路 (LSI) におけるチップ面積最小化を目的とするフロアプランニング [6], [7]、プラントなどの設備や職場の配置 [8] など幅広い分野に応用されている。矩形パッキング問題は、組み合わせ最適化問題の 1 つであり、扱うブロック数によって可能な組み合わせが指数的に増加するという特徴を持っている。

また、本論文では、この矩形パッキング問題を単純に面積最小とするのではなく、最終的に得られた配置図形の縦と横の長さをそれぞれ目的と取り、多目的最適化問題として扱った。これは、実際に各ブロックを配置する図形のアスペクト比を解選考者が選択できるようにするためである。本章では、問題の設定に大きく関わってくるデータ構造の表現、および問題の定式化について説明する。

### 5.1 データ構造表現

矩形パッキング問題において最も重要な問題の一つは解の表現方法、すなわちデータの構造表現である。矩形パッキング問題では、このデータ構造の表現によりブロックの配置方法が決まるだけでなく、実際の探索空間の規模、最終的に得られる解の精度といった問

(注2): SPEA2 において用いられている過剰な非劣個体の削減方法 [4]。

(注3): 遺伝的操作を行う探索個体群を選び出す選択操作をメイトング選択という。メイトング選択は、アーカイブ個体群の中でも特に優れた個体を重複して選択し探索個体群を生成することにより、より効率の良い探索を実現している。

題の本質的な部分までが決定する。

この点に関して、従来より様々な方法が提案されてきたが [6] ~ [10], LSI のフロアプランニングの分野において開発されたシーケンスペア (Sequence-Pair) [7], [9], BSG [10] などの登場により有限な解空間において最適なパッキングを求めることが可能となった。

本論文では、BSG に比べより効率的な解探索を実現することのできるシーケンスペアを採用した。以下、具体的なシーケンスペアの仕組みについて述べる。

#### 5.1.1 シーケンスペア

シーケンスペアは、配置の対象となるブロック名から構成される 2 つの順列 ( $\Gamma_-, \Gamma_+$ ) の並びに基づいて方形配置を表現する方法である。シーケンスペアでは、( $\Gamma_-, \Gamma_+$ ) の順列に基づいて、任意の 2 つのブロックの相対的な位置関係が指定される。図 1 にシーケンスペアの概念図を示す。

図 1(a) は、任意の 2 つのブロック X, Y の ( $\Gamma_-, \Gamma_+$ ) に関する順列とそれに対応するブロック X, Y の位置関係を表している。つまり、ブロック順列 ( $\Gamma_-, \Gamma_+$ ) = (XY, XY) は、 $\Gamma_-$  および  $\Gamma_+$  に関して X が Y よりも先に並んでおり、このような順序関係の場合には X は Y の左にあるということを意味している。基本的に、 $\Gamma_-$  軸がブロック間の上下関係、 $\Gamma_+$  軸がブロック間の左右関係を表している。すなわち、 $\Gamma_-$  は下から上への配置、 $\Gamma_+$  は左から右への配置を決定している。図 1(b) は同図 (a) を視覚的に示している。

また、シーケンスペアでは、任意の順列 ( $\Gamma_-, \Gamma_+$ ) に対してこれらの位置関係を満たす方形配置は必ず存在し、かつ、逆に任意の方形配置に対してそれを表現する順列 ( $\Gamma_-, \Gamma_+$ ) が存在する [7]。そのため、シーケンスペアを用いることにより、非スライシング構造を含む任意の方形配置を表現することが可能となる。

ブロック数 6 の場合でのシーケンスペアの例を図 2 に示す。図 2(c) の個体例は、( $\Gamma_-, \Gamma_+$ ) の順列および各ブロックの向き  $\theta$  を表している。なお、本論文では、配置する各ブロックの向きは縦・横のどちらかに限定

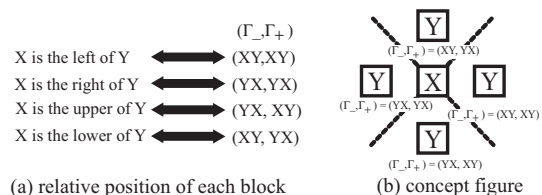
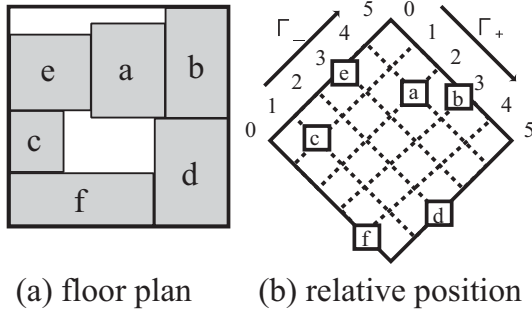
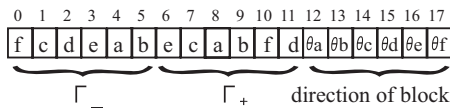


図 1 シーケンスペアの概念

Fig. 1 Concept of sequence-pair



(a) floor plan (b) relative position



(c) coding of solution

図2 シーケンスペアに基づくコーディング例  
Fig. 2 Coding example of sequence-pair

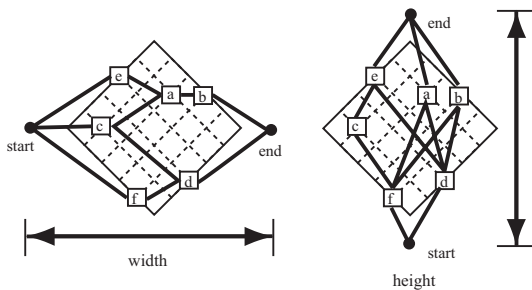


図3 水平/垂直 制約グラフ  
Fig. 3 Horizontal/Vertical Constraint graphs

するものとする。この図 2(c) の  $(\Gamma_-, \Gamma_+)$  順列より、ブロック間の相対位置を表す図 2(b) を作成する。相対位置を表す図 2(b) から、図 1 に基づく全ブロックの相対位置を求め、垂直、水平制約グラフ図 3 を作成することができる。垂直、水平制約グラフでは、それぞれのブロックの幅、高さが点の重みとして与えられる。そのため、始点から終点までの各点の重み（ブロックの長さ）の総和を求めることにより最長経路が得られる。また、この重み計算により、各ブロックの配置図 2(a) を求めることができる。

### 5.2 問題の定式化

数値実験において設定した目的は、以下の 2 つである。

$$\min f_1(x) = width \quad (1)$$

$$\min f_2(x) = height \quad (2)$$

なお、上式における  $width$  は横幅、 $height$  は高さを意味するものとする。

上記 2 つの目的には明示的なトレードオフの関係があるものの、両目的に対する最適化が行われることにより、結果としてブロックの占める面積の最小化も実現することができる。また、多目的化されているため、解の選考者はパッキング面積の縦横比を自由に選択することができる。

ブロック配置後の全領域の横幅、高さは、上述の垂直、水平制約グラフ図 3 から求めることができる。

## 6. 数値実験

本論文では、前章において説明した矩形パッキング問題に対して提案した NCGA の有効性の検証を行った。また、NCGA の比較対象として Zitler らに提案された SPEA2、Deb らに提案された NSGA-II、近傍交叉を用いない NCGA(non-NCGA) を用いた。

### 6.1 GA 解法

#### 6.1.1 交叉法

数値実験では、矩形パッキング問題に対する交叉手法として配置依存部分交換交叉 ( Placement-based Partially Exchanging Crossover : PPEX ) を用いた [9]。本手法は、シーケンスペアの相対配置に基づく方法であり、配置上の近いブロックに関して局所的な交叉を行うことが可能となる。

PPEX のアルゴリズムを以下に示す。

Step 1: それぞれの親からランダムにブロックを 1 個ずつ選択する。

Step 2: 選択したブロックを中心に窓領域を生成し、窓に含まれるブロック集合を交叉対象  $M_c$  とし、それ以外のブロック集合を  $M_{nc}$  とする。  
 $M_c$  の各ブロックを相手の親の  $(\Gamma_-, \Gamma_+)$  の順に入れ替え、子にコピーする。

Step 3:  $M_{nc}$  の各ブロックはそのまま子にコピーする。

上記における窓領域とは、シーケンスペアの相対配置を示す斜め格子(注4)上の連続した部分領域を意味する。本論文では、この窓領域を正方形の部分領域として扱った。

図 4 に窓領域の一边を 4 とした場合の PPEX の例を示す。この例では、親 1 でランダムに生成された窓領域に含まれるブロック  $a, b$  が交叉対象ブロック ( $M_c$ ) となる。交叉前は、 $(\Gamma_-, \Gamma_+) = (da, da)$  の順である

(注4): オブリークグリッド (oblique grid), 図 2(b) を参照。

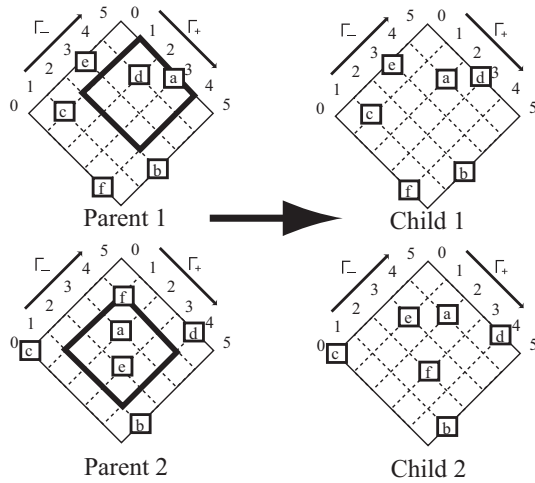


図 4 配置依存部分交換交叉 (PPEX)  
Fig. 4 PPEX

が、交叉後には親 2 の順  $(\Gamma_-, \Gamma_+) = (ad, ad)$  に変更している様子が示されている。また、交叉対象ブロック以外 ( $M_{nc}$ ) については、親 1 から子 1 へそのままコピーされているのが分かる。なお、向きについても同様に相手の親の向きに変更するものとする。

### 6.1.2 突然変異

突然変異の手法として、ランダムに選ばれたブロックの向きを逆に変換するという方法を用いた。

### 6.2 例題

我々は、ブロック数の異なる 4 種類 (ami33, ami49, pcb146, pcb500) の例題に対して NCGA を適用し、従来手法との性能比較を行った。ami33 と ami49 は、MCNC ベンチマーク問題の 1 つであり、それぞれ 33 個のブロック、49 個のブロックを持っている。また、pcb146 と pcb500 は、村田らによって用いられていた例題での一種であり、それぞれ 146 個のブロックと 500 個のブロックを持っている [7]。本論文では、紙面の都合上、これらの例題のうち ami33 と pcb500 の場合について検討を行った。

また、本実験で用いた手法は、Zitzler らによって提案された SPEA2 [4]、Deb らに提案された NSGA-II [3]、われわれが提案している NCGA の 3 手法に近傍交叉を行わない non-NCGA (non-NCGA)<sup>(注5)</sup> を加えた 4 手法である。NCGA と non-NCGA との比較により、近傍交叉による探索への影響をより明確にすることができる。

(注5): non-NCGA では、通常の交叉を用いる。

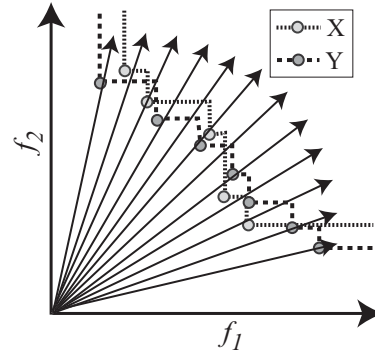


図 5 比較手法  $I_{LI}$  の概念図  
Fig. 5 Schematic of  $I_{LI}$

### 6.3 得られた解候補の評価方法

本論文では、探索により得られた解集合に対する評価方法として、近似パレートフロントとの交点をサンプリングする  $I_{LI}$  を用いた。また、得られた解集合の分布範囲を視覚的に捕らえるため、解集合の分布図も結果として用いた。

以下、近似パレートフロントとの交点をサンプリングする  $I_{LI}$  について説明する。

#### 6.3.1 近似パレートフロントとの交点 $I_{LI}$

この手法は、Knowles と Corne により提案された 2 つ以上の非劣解集合の比較を行うための手法 [11] である<sup>(注6)</sup>。この手法では、複数の方向ベクトル軸上における非劣解集合どうしの優越比較を行い、どちらの非劣解がどの程度優れているのかを判断する。

2 目的の問題において 2 つの非劣解集合 ( $X, Y$ ) を比較する場合のこの手法の概念図を図 5 に示す。

まずこの手法では、得られた非劣解集合から形成される到達フロント (図 5 における点線のライン) を計算する。次に、パレート領域を一樣にサンプリングするようなサンプリング線を決定し、このサンプリング線と各非劣解の到達フロントの交点を求め比較する。2 つの比較集合 ( $X, Y$ ) がある時、 $I_{LI}(X, Y)$  は、交点の比較において  $X$  が  $Y$  を優越していた割合を表す。それゆえ、 $X$  にとって最良の結果は  $I_{LI}(X, Y) = 1$  であり、 $I_{LI}(Y, X) = 0$  となる。

この手法を用いることにより、幅広さと精度の 2 つの観点から、パレート最適解に対する得られた非劣解の評価を行うことができる。ただし、本手法は 3 目的

(注6): 非劣解とは、探索により得られたすべての解候補に対して優越されていない解という意味である。以降、探索により得られた解集合のことを非劣解と呼ぶ。

表 1 GA パラメータ  
Table 1 GA Parameter

number of blocks	33, 50, 100, 500
population size	200
crossover rate	1.0
mutation rate	1/bit length
terminal generation	400
number of trial	30

以上の問題に対しては到達フロントの形成が困難となるため適用することができない。

6.4 GA のパラメータ

本実験で用いた GA のパラメータを表 1 に示す。

6.5 数値結果

本論文では、数値結果として 4 つの例題のうち ami33 と pcb500 における結果を示す。用いた手法は、NCGA, SPEA2, NSGA-2, non-NCGA の 4 手法であり、これらの例題に対して各手法をそれぞれ 30 試行を行った。以下、それぞれの問題における結果と NCGA により得られた ami33 の配置図を示す。

6.5.1 ami33 の場合

ami33 における結果のうち、 $I_{LI}$  を図 6 に示す。また、各手法により得られた非劣解集合のプロット図を図 7 に示す。なお、図 7 におけるプロット図では各試行の非劣解集合がまとめてプロットされている。

図 6 および図 7 から分かるように、NCGA はどの手法と比較しても、よりパレート最適解に近い範囲で幅広い解を得ているのが分かる。特に、矩形の縦と横の値が大きく異なる範囲 (図 7 における  $f_1(x) < 750$ ,  $f_1(x) < 2500$ ) において、NCGA は他の手法では得られていないパレート最適解領域を探索していることが分かる。一方、non-NCGA について見た場合、SPEA2, NSGA-II と比較して幅広い非劣解が得られているものの、パレート最適解への近さという面にお

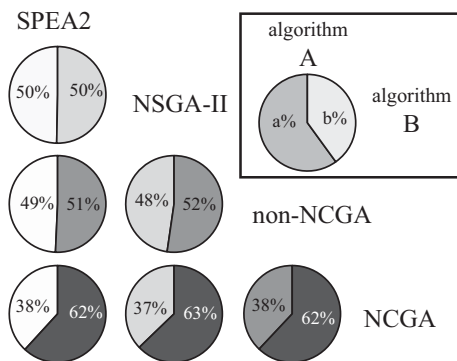


図 6  $I_{LI}$ (ami33) の結果  
Fig.6 Results of  $I_{LI}$ (ami33)

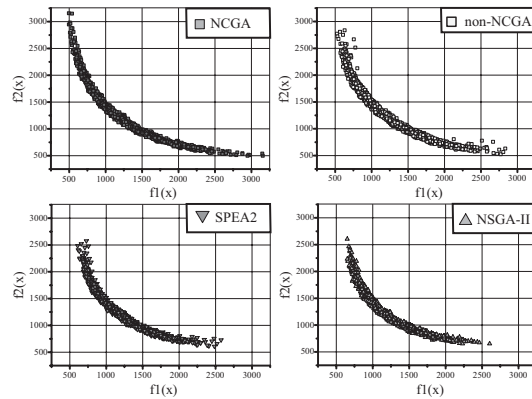


図 7 非劣解のプロット (ami33)  
Fig.7 Nondominated solutions(ami33)

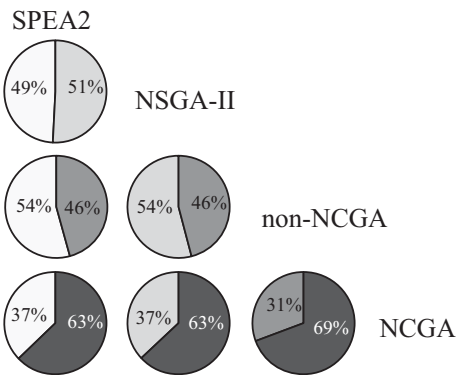


図 8  $I_{LI}$ (pcb500) の結果  
Fig.8 Results of  $I_{LI}$ (pcb500)

いて NCGA よりも劣っていることがわかる。

このことより、NCGA における近傍交叉は矩形パッキング問題においても非常に探索に効果的であることが分かる。

6.5.2 pcb500 の場合

pcb500 における結果のうち、 $I_{LI}$  について図 8 に、各手法により得られた非劣解集合のプロット図を図 9 に示す。

図 8, 図 9 から、ami33 の結果と同様に、NCGA は他の手法に比べ良好な解を得ていることが分かる。しかしながら、図 9 における比較的的正方形に近い領域 ( $1400 < f_1(x) < 1600$ ) をよく見てみると、僅かながら、SPEA2, NSGA-II の方が NCGA よりも優れた解が得られていることが分かる。また、SPEA2 および NSGA-II が、NCGA, non-NCGA に比べ極端に中央付近に偏った解分布であることが分かる。

これは、問題規模が大きく難易度の高い pcb500 では、比較的、初期の段階で良好な解がしやすい正方形

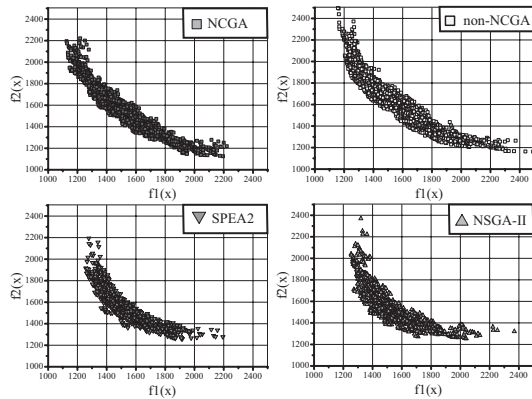


図 9 非劣解のプロット (pcb500)  
Fig. 9 Nondominated solutions(pcb500)

に近い領域に探索が集中するためであると考えられる。pcb500 における可能な順列の総組み合わせ数が、ami33 の場合と比較して  $10^{2000}$  倍以上となる。そのため、NSGA-II や SPEA2 では、正方形に近い領域に探索が集中し、より幅広い解を求めようとする NCGA、non-NCGA よりも、その領域において良好な結果が得られていると考えられる。

しかし、NCGA は、このような探索の困難な問題においても非常に幅広い探索を行っており、NSGA-II や SPEA2 の探索が集中している正方形部分においてもごく僅かしか劣っていない非劣解が得られている。また、NCGA と non-NCGA を比較してみると、ami33 の場合よりも、non-NCGA がより大きく劣っているのが分かる。このことより、難易度の高い問題、探索領域のより広い問題において近傍交叉はより効果的であるといえる。

### 6.5.3 配置図

上述の実験結果より、ほぼすべての場合において NCGA の解が最も良好であることが示された。そこで、本論文では NCGA により得られた非劣解の配置図の妥当性について検討を行った。

ami33 における NCGA のプロット図といくつかのプロット点に対応した配置図を図 10 に示す。図 10 では、非劣解集合のプロット図として、面積の縦幅-横幅をプロットの軸にとるのではなく、面積-アスペクト比を軸として使用している。これは、最終的に解を選択する選考者は、面積-アスペクト比の関係から解を選択すると考えられるためである。

図 10 から、ほぼ全ての解が隙間の少ない妥当な配置であることが分かる。また、アスペクト比が 0 から

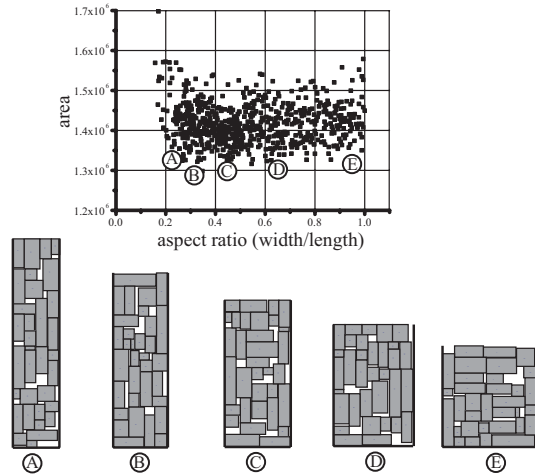


図 10 ブロックの配置 (ami33)  
Fig. 10 The placement of the blocks(ami33)

1 の幅広い範囲において解が得られているのが分かる。また、図 10 の各配置図から、アスペクト比の大小に関わらず、“A” から “E” における各配置の面積がほぼ一定であることが分かる。このことより、アスペクト比と配置図の空白（配置の総面積）には強い因果関係はないものと思われる。

## 7. 結 論

本論文では、職場配置問題や大規模集積回路 (LSI) におけるチップ面積最小化問題で知られている矩形パッキング最適化問題の遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化を行った。本論文では配置全体の高さおよび幅をそれぞれ目的とする 2 目的最適化問題として定式化し、配置表現にシーケンスペアを、交叉方法に PPEX を、遺伝的アルゴリズムとして NCGA を適用した。

数値実験として、4 つの例題のうち ami33 と pcb500 の 2 つの例題に対して NCGA を適用し、従来手法との比較を行った。本論文では、比較手法として多目的 GA の代表的手法である SPEA2、NSGA-II を用いた。また、矩形パッキング問題に対する近傍交叉の有効性を検証するため、近傍交叉を行わない non-NCGA と NCGA の比較についても検討を行った。

数値実験より、以下の事柄が明らかとなった。

- 全ての例題において、NCGA は他の手法と比較して良好な結果が得ることができた。このことより、NCGA は多目的矩形パッキング問題において有効な手法であるといえる。



- 近傍交叉を行った場合と行わない場合の NCGA を比較した結果、全ての例題において前者が非常に良好な結果を示した。よって、近傍交叉は多目的矩形パッキング問題の探索においても有効であるといえる。
- ブロック数の多い、より複雑な問題において、SPEA2 や NSGA-II ではパレートフロントの中央付近に解が集中する傾向が見られたのに対して、NCGA および non-NCGA では、多様な解を得ることができた。このことより、矩形パッキング問題において、NCGA における多様性保持の効果は問題の規模に依存しないことが分かった。
- NCGA により得られた解の配置図について検討した結果、得られた解は隙間の少ない妥当なものであることが分かった。そのため、NCGA は矩形パッキング問題に対して有効な手法であるといえる。

## 謝 辞

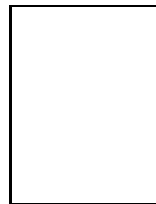
本研究は、文部省学術フロンティア推進事業に基づく同志社大学学術フロンティア研究プロジェクト「知能情報科学とその応用」の一環として行われた。ここに関係各位の謝意を表する。

## 文 献

- [1] J. Schaffer. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. In *Proceedings of 1st International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, pp. 93-100, 1985.
- [2] K. Deb. *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. Chichester, UK : Wiley, 2001.
- [3] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratab, and T. Meyarivan. A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II. In *KanGAL report 200001, Indian Institute of Technology, Kanpur, India*, 2000.
- [4] E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele. SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. In *Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich*, 2001.
- [5] 渡邊真也, 廣安知之, 三木光範. 近傍培養型遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化. 情報処理学会論文誌「数理モデル化と応用」Vol.43 No.SIG 10(tom7 号), pp. 183-198, 2002.
- [6] 野島隆志, 坂主圭史, 高橋篤司, 梶谷洋司. 配線可能性を保證する sequence-pair を用いた配置手法. 電子情報通信学会技術研究報告, 第 101 巻, pp. 59-65, 2001.
- [7] H. Murata, K. Fujiyoshi, S. Nakatake, and Y. Kajitani. VLSI Module Placement Based on Rectangle-Packing by the Sequence-Pair. In *IEEE Transactions on Computer Aided Design*, Vol. 15, pp. 1518-1524, 1996.

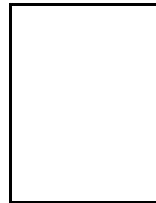
- [8] Y. Shirai and N. Matsumoto. Performance Evaluation of ES Type Genetic Algorithms for Solving Block Layout Problems with Floor Constraints. In *PTransaction of JSME (C)65-634*, pp. 296-304, 1999.
- [9] 中矢伸吾, 若林真一, 小出哲士. 適応的遺伝的アルゴリズムとシーケンスペアに基づくフロアプランニング手法. 情報処理学会研究報告, 第 99 巻, pp. 119-126, 1999.
- [10] S. Nakatake, H. Murata, K. Fujiyoshi, and Y. Kajitani. Module placement on bsg-structure and ic layout applications. In *Proc. of International Conference on Computer Aided Design '96*, pp. 484-491, 1996.
- [11] J. Knowles and D. Corne. Approximating the non-dominated front using the pareto archived evolution strategy. *Evolutionary Computation*, Vol. 8, No. 2, pp. 149-172, 2000.

(平成 x 年 xx 月 xx 日受付)



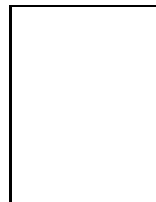
渡邊 真也

2003 年 同志社大学工学研究科後期博士課程修了。博士(工学)。現在、産業総合研究所 生命情報科学研究センター 特別研究員。進化的計算、最適設計、並列処理、バイオインフォマティクスに関する研究に従事。情報処理学会、日本知能情報ファジィ学会、超並列計算研究会各会員。



廣安 知之 (正員)

1997 年早稲田大学理工学研究科後期博士課程修了。博士(工学)。現在、同志社大学工学部助教授。創発的計算、進化的計算、最適設計、並列処理などの研究に従事。IEEE、情報処理学会、電気情報通信学会、計測自動制御学会、日本機械学会、超並列計算研究会、日本計算工学会各会員。



三木 光範

1978 年大阪市立大学大学院工学研究科博士課程修了、工学博士。現在、同志社大学工学部教授。進化的計算手法とその並列化および知能的システムの設計に関する研究に従事。IEEE、米国航空宇宙学会、情報処理学会、人工知能学会、システム制御情報学会、日本機械学会、計算工学会、日本航空宇宙学会など会員。超並列計算研究会代表。

## 付 録

### 1. English abstract

In this paper, Neighborhood Cultivation GA (NCGA) is applied to the rectangular packing problem. NCGA is one of the multi-objective Genetic Algorithms. The rectangular packing problem (RP) is a well-known discrete combinatorial optimization problem in many applications such as LSI layout problems, etc. RP is known to be a difficult and time-consuming problem, since the number of possible placements of rectangles increase exponentially as the number of rectangles increases. In this paper, NCGA is applied to RP and results were compared to the other methods. Through the numerical examples, effectiveness of NCGA in RP is made clear.

### 2. Keywords

Rectangular Packing Problem, Multi-Objective Optimization, Genetic Algorithm, Neighborhood Cultivation GA, Sequence-Pair