

Automatic Determination of the Temperature Schedule in Simulated Annealing Programming

Masaru SHIBATA^{**}, Mitsunori MIKI^{*} and Tomoyuki HIROYASU^{*}

(Received July 14, 2007)

Simulated Annealing Programming(SAP) is a method of automatic programming, which extended Simulated Annealing(SA) so that a tree structure could be treated as a solution of optimization problem. Because of the mechanism of accepting bad solutions probabilistically in the optimization process, SAP can generate the optimal solution without lapsing into local solution. In order to obtain the global optimization solution, SAP needs appropriate temperature schedule, and it requires much computational cost to determine the appropriate temperature schedule. In this research, we propose the method to automatically determine a appropriate temperature schedule. In the proposed method, a temperature schedule is determined based on a history of the acceptance rate. Through the numerical experiments, we found that the proposed method provided an effective temperature schedule.

Key words : genetic programming , simulated annealing , program search , automatic programming,temperature schedule

キーワード : 遺伝的プログラミング, シミュレーテッドアニーリング, プログラム探索, 自動プログラミング, 温度スケジュール

シミュレーテッドアニーリングプログラミングにおける 温度スケジュールの自動化

柴田 優, 三木 光範, 廣安 知之

1. はじめに

プログラムを自動生成する手法として, 遺伝的プログラミング (Genetic Programming: GP) がある¹⁾²⁾. GP は, 汎用最適化手法である遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA)³⁾ を構造的な表現が扱えるよう拡張したもので, ロボットの行動学習や言語処理, 回路設計など, 様々な分野で研究および応用され, 数多くの報告がなされている⁴⁾⁵⁾. このように, GP は自動プログラミングの手法として, 有効な手法であるとされている. し

かし, GP にはプログラムの生成過程で探索空間の爆発的増加 (ブロート)⁴⁾ が発生するという問題点がある. ブロートが発生するとプログラムの探索の際には, 探索の停滞や評価計算の時間の遅延が発生する⁴⁾. また, そこで得られるプログラムはサイズが大きくなることから, 容量に制限のあるハードへの導入が困難となる. このブロートの原因は, GP の進化戦略の核となるオペレータである交叉によるものであるとされている.

一方, 我々はシミュレーテッドアニーリング⁶⁾ を自

* Department of Knowledge Engineering and Computer Sciences, Doshisha University, Kyoto
Telephone: +81-774-65-6930, Fax: +81-774-65-6930, E-mail: mmiki@mail.doshisha.ac.jp , tomo@is.doshisha.ac.jp

** Graduate Student, Department of Knowledge Engineering and Computer Sciences, Doshisha University, Kyoto
Telephone: +81-774-65-6921, Fax: +81-774-65-6921, E-mail: mshibata@mikilab.doshisha.ac.jp

動プログラミングに適用した手法を提案している．これを，我々はシミュレーテッドアニーリングプログラミング (Simulated Annealing Programming: SAP) と呼ぶ⁷⁾．これまでの研究により，SAP は温度と呼ばれる制御パラメータに適切な値を与えることで，プロートが発生せず，GP と同等の性能が得られることが明らかになっている⁷⁾．

しかし，SAP では，効率的に探索の行える温度スケジュールの決定には，多くの予備的計算や経験的な判断が必要である．そこで，本研究では，探索に有効な温度スケジュールを自動決定することを考える．探索に有効な温度スケジュールを自動決定することで，未知の問題に対しても SAP で効率的にプログラム探索ができるようになる．また，ロボットの行動規則などにおいて，変化する環境に適したプログラムをあらかじめ生成することは不可能に近いが，探索に適した温度スケジュールを自動で決定できれば，その時々々の環境に適した行動規則をロボット自身が作りだすことも可能になると考えられる．このように，SAP における探索に有効な温度スケジュールの自動特定の有用性が考えられる．本稿では，少ない計算量で探索に適した温度スケジュールを自動決定し，その温度スケジュールで探索する SAP を提案する．

2. シミュレーテッドアニーリングプログラミング

2.1 探索アルゴリズム

進化的計算手法の一種であるシミュレーテッドアニーリング (Simulated Annealing: SA) を用いてプログラムの自動生成を行う手法を，我々はシミュレーテッドアニーリングプログラミング (Simulated Annealing Programming: SAP) と呼ぶ．SAP は，現在の解に対して，GP の突然変異と同様の処理を行うことで次の解候補を生成する．そして，次の解候補が改良方向へ生成された場合には無条件でその遷移を認め，改悪方向へ生成された場合には温度と呼ばれる制御パラメータにより確率的にその遷移を認めるメカニズムを持つ．これにより，局所解に陥った場合でも，局所解から抜け出し大域的最適解へ到達できると期待できる．

SAP のアルゴリズムを以下に示す．

STEP 1 初期解の生成

初期解をランダムに生成し，その評価を行う．

STEP 2 生成処理

現在の解において，突然変異点をランダムに選び，突然変異点を根とする部分木を削除する．そして，ランダムに生成した部分木を突然変異点に挿入することにより，次の解候補を生成する (Fig. 1) ．

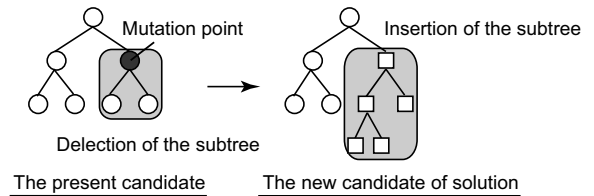


Fig. 1. Generation method of a candidate solution in SAP.

STEP 3 受理判定，状態遷移

現在の解の評価値 E と次の解候補の評価値 E' との差分 $\Delta E (= E' - E)$ および温度パラメータ T を基に，次の解候補に遷移するか否かの判定 (受理判定) を行う．受理判定には式 (1) に示す Metropolis 基準⁶⁾ を用いる．なお， P_{ACCEPT} は受理確率である．

$$P_{ACCEPT} = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta E \leq 0 \\ \exp(-\frac{\Delta E}{T}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

次の解候補が改良方向へ生成された場合は無条件で受理され，改悪方向へ生成された場合でも確率 P_{ACCEPT} に従い確率的に受理される．改悪方向への推移確率 P_{ACCEPT} は，改悪幅 ΔE が小さいほど高く，また，温度パラメータ T が大きいほど高いという特徴を持つ．

STEP 4 クーリング

STEP2 および 3 を所定の回数 (これをクーリング周期と呼ぶ) 繰り返した後，温度パラメータ T を小さくするクーリングを行う．クーリング後の温度 T_{k+1} は，式 (2) によって決定する⁸⁾ ．

$$T_{k+1} = \gamma T_k \quad (0.8 \leq \gamma < 1) \quad (2)$$

ここで、 γ は冷却率であり、 T_k は現在の温度である。クーリングを行うことにより、改悪方向への遷移確率が低くなる。

STEP 5 終了判定

STEP2~4 を定められた回数行えば、探索を終了する。そうでなければSTEP2~4 を繰り返す。

3. 探索性能と温度スケジュール

3.1 温度スケジュール

SAP による自動プログラミングでは、温度スケジュールにより生成されるプログラムの性能やサイズが異なる。そのため、良好な探索を行う上で適切な温度スケジュールの設定が非常に重要である。

通常、SA では、クーリングと呼ばれる十分高温から十分低温まで徐々に変化させる温度スケジュールを用いることで、改悪方向への状態遷移の受理確率を徐々に小さくしていく。これにより、探索序盤では大域的な探索が行え、探索終盤では局所的な探索が行えるとされている。一方、探索開始から終了まである一定の温度とする温度スケジュールを用いることで、改悪方向への状態遷移の受理確率を変化させずに探索を行う方法がある⁹⁾。この一定温度の温度スケジュールでにより、一般的なクーリングを用いる温度スケジュールでの探索により得られる解よりも良好である解が得られるという報告がされている。

一定温度スケジュールによる探索については、SAP において、これまでの研究により探索に適している温度領域が存在し、その温度での温度スケジュールにより効率的な探索ができることが分かっている⁷⁾。本稿では、この効率的な探索の行える温度領域を、有効温度領域と呼ぶ。

3.2 対象問題

GP で用いられているベンチマーク問題のうち Santa Fe trail 問題¹⁾ と 6 ビットマルチプレクサ問題¹⁾ について実験を行う。Santa Fe trail 問題は、ロボットの行動規則を生成する問題であり、6 ビットマルチプレクサ問題は、回路を設計する問題である。

以下に、それぞれの問題について説明する。

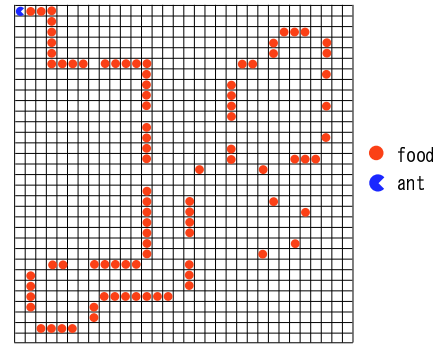


Fig. 2. Santa Fe trail.

3.2.1 Santa Fe trail 問題

Santa Fe trail 問題とは、Fig. 2 に示す Santa Fe trail と呼ばれる格子座標上に散乱している餌を人工蟻が限られたエネルギー内で、できるだけ多く獲得するプログラムの生成を目的としている問題である¹⁾。餌は人工蟻が餌上を通ることにより餌を獲得することができ、人工蟻のエネルギーは終端記号が1つ実行されるごとに1消費する。人工蟻の初期エネルギーは400である。

この問題に用いる非終端記号は {if_food_ahead, prog2, prog3}、終端記号は {move, right, left} である。if_food_ahead は引数を2つとり、人工蟻の一マス前方に餌があれば第1引数を、なければ第2引数を実行する。prog2 は引数を2個とり、第1引数、第2引数の順に実行し、prog3 は引数を3個とり、prog2 と同様に第1引数、第2引数、第3引数の順に実行する。

評価関数 E_{val} は、式(3)で示すように、餌の総数である89から獲得した餌の数 $F_{obtained}$ を引いたものとし、0を最適解とする最小化問題である。

$$E_{val} = 89 - F_{obtained} \quad (3)$$

3.2.2 6 ビットマルチプレクサ問題

6 ビットマルチプレクサ問題とは、2つの制御信号 (a_0, a_1) に応じて、4つの入力信号 (d_0, d_1, d_2, d_3) のうちいずれか1つを出力する回路を設計する問題である¹⁾。入力信号、制御信号は0,1で表される。

この問題に用いる非終端記号は {and, or, not, if}、

終端記号は $\{a_0, a_1, d_0, d_1, d_2, d_3\}$ である．and は引数を 2 つとり，それぞれの引数が 1 の時に 1 を返し，それ以外の時は 0 を返す．or は引数を 2 つとり，それぞれの引数が 0 の時に 0 を返し，それ以外の時は 1 を返す．not は引数を 1 つとり，引数の値を反転させる．if は引数を 3 つとり，第 1 引数が 1 の時は第 2 引数を返し，0 の時は第 3 引数を返す．

評価関数 E_{val} は，式 (4) で示すように，すべての信号のパターンである $64 (= 2^6)$ パターンのうち，正しい出力をした回数 $N_{correct}$ を引いたものとし，0 を最適値とする最小化問題である．

$$E_{val} = 64 - N_{correct} \quad (4)$$

3.3 有効温度領域

有効温度領域の存在を確認するために，それぞれの問題に SAP を適用し実験を行った．実験は，温度 T を 2^{-6} から 2^6 までの間を等比的に分割した 13 温度について行った．アニーリングステップ数は Santa Fe trail 問題では 20 万，6 ビットマルチプレクサ問題では 10 万とした．なお，最良解の保存に関しては，評価値が同等の場合はプログラムサイズが小さい方を最良解とした．ここで，プログラムサイズとは生成されたプログラムのノード数である．

実験の結果，各試行の最良解の評価値およびプログラムサイズについて 50 試行の平均値をとり，プロットしたものを Fig. 3 と Fig. 4 に示す．横軸に温度，左軸に評価値，右軸にプログラムサイズを示す．評価値は，値が小さいほど良い値である．

Fig. 3 より，Santa Fe trail 問題では温度が 2^2 付近で評価がよく，プログラムサイズの小さい解が得られていることが分かる．また，Fig. 4 より，6 ビットマルチプレクサ問題では， 2^0 以下の温度で評価値の平均が 0 となっているためすべての試行で最適解を得ていることが分かり，温度 2^0 では他の温度よりも小さいサイズのプログラムが得られていることが分かる．上記のことから，SAP においても探索に有効に働く温度領域が存在することが確認できた．

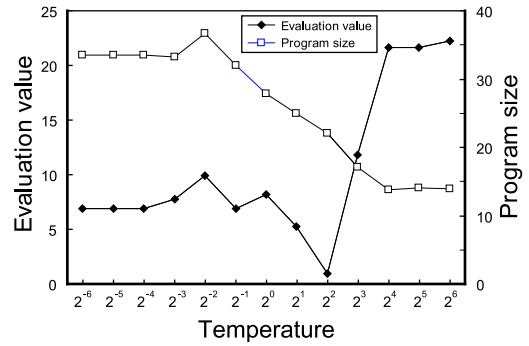


Fig. 3. Evaluation value and program size in each temperature (Santa Fe trail).

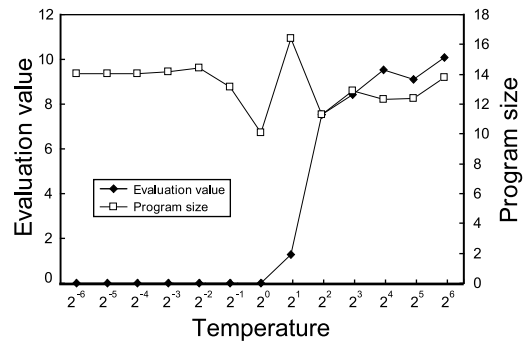


Fig. 4. Evaluation value and program size in each temperature (6bit Multiplexer).

したがって，有効温度領域で探索を行うことができれば，評価値が良好であり，コンパクトなサイズのプログラムを効率的に得ることができるといえる．

ただし，有効温度領域を特定するためには，予備的計算として Fig. 3 や Fig. 4 に示すような複数温度での一定温度探索を行う必要があり，その結果から人が判断しなければならない．そのため，良好な探索を行うためには多くの予備的計算や手間が生じ，未知の問題に対して効率的に探索することができない．そこで，我々は少ない予備的計算により有効温度領域を自動で特定することを考える．次章では，有効温度領域の自動特定方法について述べる．

4. 受理率を用いた有効温度領域の特定

4.1 受理率と温度

温度パラメータは、式 (1) で示す Metropolis 基準から分かるように、解の改悪方向への遷移確率を決定する重要な要因の一つである。そのため、解探索における温度の影響は改悪方向への推移確率に反映され、受理率に反映されることが予想される。

そこで、SAP においてクーリングを用いた温度スケジュールにより探索を行い、受理率の変化がどのようになるか実験を行った。最高温度は十分高温とするため最大の改悪を 50%認める温度とし、最低温度は最小の改悪を 1クーリング周期に 1回認めるような温度とした¹⁰⁾。なお、受理率の算出には、受理判定で受理、非受理をカウントし、100 アニーリングステップ毎に平均して算出したものを用いた。

クーリングを用いる温度スケジュールの SAP を Santa Fe trail 問題と 6 ビットマルチプレクサ問題に適用し、探索を行った際の 1 試行の受理率の履歴を Fig. 5 と Fig. 6 に示す。横軸にアニーリングステップ、左軸に受理率、右軸に温度を示す。

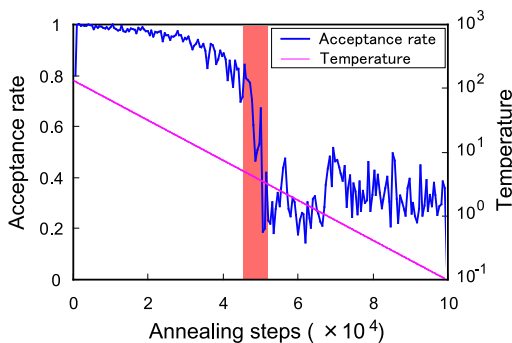


Fig. 5. Relationship between the temperature and the acceptance rate in SAP with cooling(Santa Fe trail).

Fig. 5 と Fig. 6 より、Santa Fe trail 問題および 6 ビットマルチプレクサ問題の両問題において、温度が高い間受理率は 1.0 付近に停滞し、有効温度領域付近で急速に低下し、その後 0.3 付近に収束しており、有効温度領域付近で受理率の変化が最も大きくなっていることが分かる。

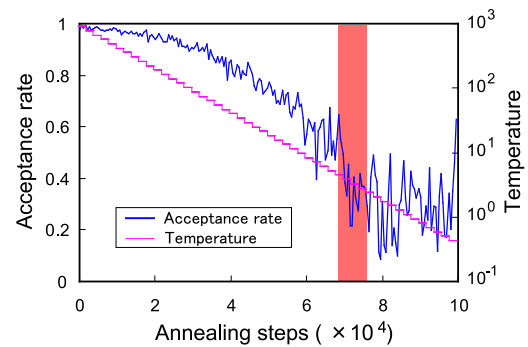


Fig. 6. Relationship between the temperature and the acceptance rate in SAP with cooling (6bit Multiplexer).

このことから、クーリングを用いる探索を行い、それによって得られる受理率の変化から有効温度領域の特定が可能であると考えられる。

4.2 有効温度領域の特定

4.1 節の実験結果から、受理率を用いて探索に有効な温度スケジュールを決定することを考える。SAP においては、温度スケジュールにはこれまで論じてきたように、クーリングを用いるある程度範囲のある温度スケジュールと一定温度を用いる 1 つのパラメータによる温度スケジュールが考えられる。

一定温度の温度スケジュールを決定する場合、1 パラメータのみを決定すれば良いが、決定した温度が有効温度領域を外れた値であった場合、その探索によって得られる解の精度は望めない。クーリングを用いる温度スケジュールを決定する場合では、最高温度と最低温度を適切にチューニングする必要があるが、探索中の温度に幅があるため、最適解やそれに近い解に到達する可能性は比較的高いと考えられる。

受理率は有効温度領域付近で変化が急になるが、受理率は現在の探索の評価値と温度パラメータにより確率的に決定するため、有効温度領域内の一定温度の温度スケジュールを決定することは容易ではないと考える。そこで、本稿では探索に有効な温度スケジュールとして、クーリングを用いたある程度幅を持った温度スケジュールを自動決定する。

その前段階として、受理率を用いて一定温度を用いた温度スケジュールの決定方法について検討を行う。

4.3 受理率を用いた一定温度の決定

SAP において、探索中に得られる受理率を用いて有効温度領域の 1 温度の決定を試みる。

受理率は有効温度領域付近で変化が急になることから、SAP を実行し、得られた受理率から受理率の変化が最も大きいステップを算出し、そのときの温度を有効温度と決定する。

受理率を用いて有効温度領域の 1 温度を決定するアルゴリズムは以下の通りである。

STEP 1 SAP の実行

クーリングを用い、最高温度から最低温度まで温度を徐々に下げていく温度スケジュールで SAP を実行し、受理率の履歴を得る。

STEP 2 受理率の変化の計算

STEP1 より得られた受理率の履歴から、受理率の変化を算出する。各ステップの受理率の変化は、求めるステップの前後 N 個のデータから最小二乗法により近似直線を求め、その直線の傾きを、そのステップでの受理率の変化とする。

STEP 3 温度の決定

受理率の変化が最も大きくなった時のアニーリングステップを特定し、そのアニーリングステップでの温度を有効温度として決定する。

4.4 数値実験

受理率の変化からどの程度の精度で有効温度領域が特定できるかを検討するために、対象問題を Santa Fe trail 問題と 6 ビットマルチプレクサ問題とし、アニーリングステップを 1 万として実験を行った。最高温度と最低温度は 4.1 節と同様に、最大の改悪を 50% 認める温度と最小の改悪を 1 クーリング周期の間に 1 回認めるような温度とした。受理率の変化を算出するために用いた点の数は、注目しているステップの値と前後 5 つ ($N = 5$) の計 11 個とした。

実験の結果を Fig. 7 と Fig. 8 に示す。縦軸は温度、横軸は試行を示し、50 試行実行した結果得られた温度を昇

順にプロットしている。また、予備実験により得られたそれぞれの問題に対する有効温度領域を網かけで示している。網かけの領域内にプロットされている試行は、有効温度領域内の温度を有効温度として特定できていることを示している。

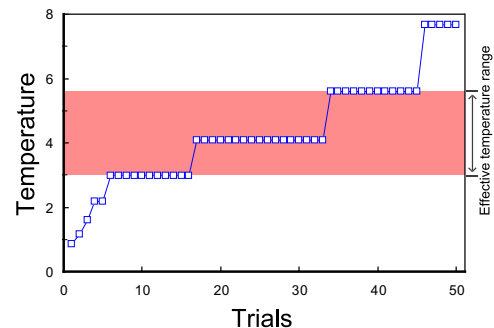


Fig. 7. Result of determining the effective temperature in the proposed method (Santa Fe trail).

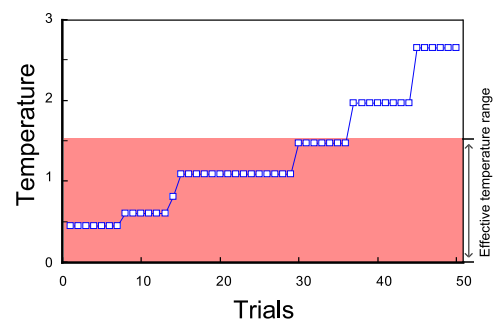


Fig. 8. Result of determining the effective temperature in the proposed method (6bit Multiplexer).

結果より、Santa Fe trail 問題および 6 ビットマルチプレクサ問題において、8 割程度の試行で有効温度領域を特定できていることが分かる。逆に、2 割程度の試行で有効温度領域から外れた温度を特定している。

これは、SAP の次状態の生成方法が、ランダムな部分木を現在の解のランダムなノードに挿入するという確率的方法を用いていることや、その生成された次状態の性能が探索に依存することから、温度パラメータの影響が受理率に明確に現れないことがあるためであると考えられる。

したがって、受理率を用いる方法は、ある1試行から有効温度領域の温度に向いていないことが分かった。しかし、実験の結果、概略的な有効温度領域が特定できているといえるため、その点を利用した有効温度領域の概略的特定、および、その温度でSAPの探索を行うことを考える。次章では、受理率の変化から概略的な有効温度領域を特定し、自動で温度スケジュールを決定し探索を行うSAPを提案する。

5. SAPにおける温度スケジュールの自動化

第4章より、受理率により厳密に有効温度を特定することは難しいが、概略的な有効温度領域を特定できることが分かった。そこで、概略的な有効温度の範囲を特定することにより、温度スケジュールを自動決定し、その温度スケジュールで探索を行うSAPを提案する。

5.1 提案アルゴリズム

提案手法のアルゴリズムは、受理率により概略的な有効温度領域を特定し、その温度領域内でクーリングを行う温度スケジュールでSAPを実行する。実際には、第4章に示した有効温度の特定方法を複数試行実行し複数の有効温度付近の温度を特定し、得られた複数の温度のうち最大値と最小値を最高温度と最低温度とする。そして、クーリングを用いる温度スケジュールでSAPのプログラム探索を行う。

アルゴリズムは以下の通りである。

第1段階 有効温度領域の決定

クーリングを用いる温度スケジュールでSAPを実行し、得られた受理率の履歴から概略的な有効温度領域の特定する。特定方法は第4章に示した有効温度領域の特定方法と同様である。ここでは、複数試行これを実行し、有効温度の候補を複数得る。

第2段階 温度スケジュールの決定とSAPの実行

第1段階より得られた複数の有効温度の候補のうち、最大値と最小値をそれぞれクーリングを行う温度スケジュールの最高温度と最低温度とする。そして、決定した温度スケジュールに従いSAPを実行する。

5.2 提案アルゴリズムの性能

提案手法の性能を検討するために、Santa Fe trail問題と6ビットマルチプレクサ問題を対象問題とし実験を行った。第1段階で用いたパラメータは4.4節の実験で用いた値と同じ値を用いた。第2段階のアンニーリングステップ数は、Santa Fe trail問題については20万、6ビットマルチプレクサ問題については10万とし、試行回数は50回とした。なお、第1段階は有効温度を特定する処理を1試行で5回行うこととした。

Fig. 9とFig. 10に探索の結果得られたプログラムの評価値およびサイズを示す。Fig. 9およびFig. 10は、一定温度の各温度でSAPを実行した50試行の結果の平均をプロットしたものに、提案手法の結果を破線で重ねて示したものである。

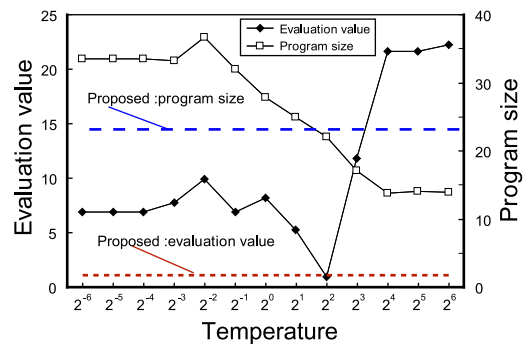


Fig. 9. Evaluation value and the program size in the proposed method (Santa Fe trail).

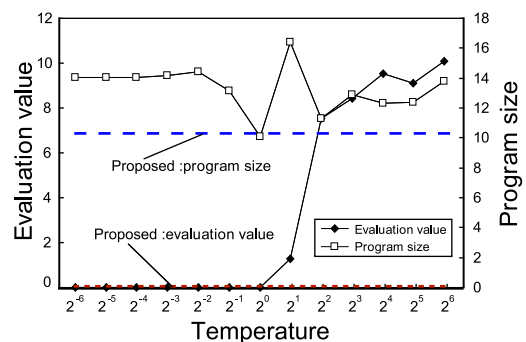


Fig. 10. Evaluation value and the program size in the proposed method (6bit Multiplexer).

Fig. 9 と Fig. 10 より、提案手法は、有効温度である温度（Santa Fe trail 問題では $T = 4, 6$ ビットマルチプレクサ問題では $T = 1$ ）での探索結果と同等の評価値およびプログラムサイズを得ることができている。

第 1 段階で決定した温度スケジュールの最高温度と最低温度を Fig. 11 と Fig. 12 に示す。縦軸は温度を示し、横軸は試行を示し、最高温度の昇順に並べたものであり、予備実験により得られた有効温度領域を網かけで示す。網かけの領域よりも上側は有効温度領域よりも高温であり、下側は低温である。

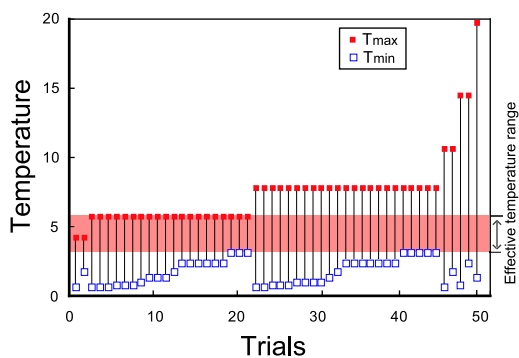


Fig. 11. Maximum temperatures and the minimum temperatures which are determined by the proposed method (Santa Fe trail).

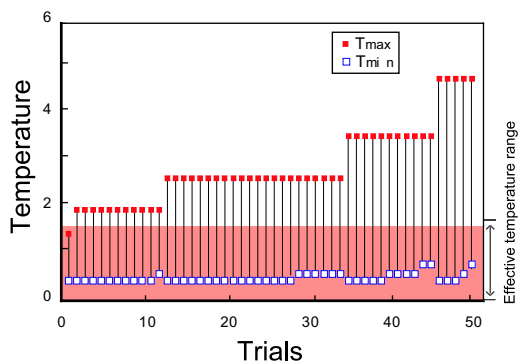


Fig. 12. Maximum temperatures and the minimum temperatures which are determined by the proposed method (6bit Multiplexer).

Fig. 11 と Fig. 12 より、ほとんどの試行で提案手法により決定した温度スケジュールの最高温度および最低温

度は、有効温度領域を挟むような温度となっていることが分かる。また、提案手法では、有効温度領域内の温度でプログラム探索が行えていることが分かる。

すなわち、提案手法では、有効温度領域を概略的に自動特定できており、良好な解探索の結果、評価が良く小さなサイズのプログラムが得られることが分かった。

ここで、従来行っていた一定温度で各温度複数試行実行し Fig. 3 に示すような結果から有効温度領域を特定する方法と提案手法において、効率的なプログラム探索を行うための計算量の比較を行った。Fig. 13 に結果を示す。

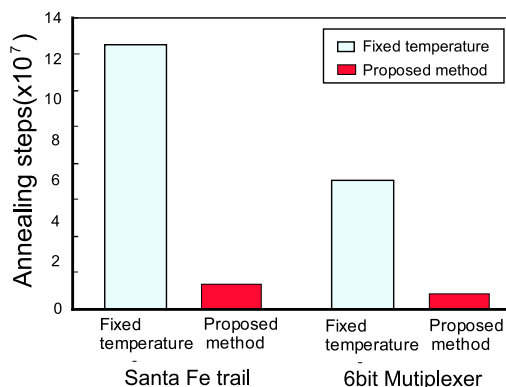


Fig. 13. Comparison of calculation cost of the proposed method and the conventional method (fixed temperature).

比較結果から、提案手法では従来の方法の約 10 分の 1 の少ない評価計算で良好な解が得られていることが分かる。

5.3 考察

提案手法により、概略的な有効温度領域が特定できた。また、自動決定した温度スケジュールにより良好な探索が行えていることが分かった。従来の方法では、どの温度領域をどの程度の温度の間隔で分割し、一定温度の SAP を実行するかを考慮することや、得られた結果から Fig. 3 のようにまとめ有効温度領域を判断するといった多くの手間が必要であったが、提案手法では、未知の問題でも予備実験なしに、良好な探索が行えるといえる。

6. 結論

本稿では、シミュレーテッドアニーリング (SA) を用いた自動プログラミング手法であるシミュレーテッドアニーリングプログラミング (SAP) において、探索に有効な温度領域 (有効温度領域) が存在をすることを示し、受理率により有効温度領域の特定方法に検討を行った。その結果、受理率を用いて探索に有効である一定温度の温度スケジュールを自動決定することは困難であるが分かり、クーリングを用いる温度スケジュールを自動決定し、その温度スケジュールで探索を行う SAP を提案した。Santa Fe trail 問題と 6 ビットマルチプレクサ問題に提案手法を適用し、その有効性を検討した。実験の結果、提案手法を用いることで探索に有効な温度領域 (有効温度領域) を自動的に特定することができ、予備実験なしに SAP で良好な探索を行うことができた。

参考文献

- 1) J.R. Koza. Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection. (MIT Press, Cambridge, Massachusetts London, England, 1992), pp. 1-8, 147-162, 169-188.
- 2) 伊庭斉志. 遺伝的プログラミング. (東京電機大学出版局, 1996).
- 3) J. Holland. Adaptation In Natural and Artificial Systems. (The University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975).
- 4) R.E. Keller F.D. Francone W. Banzhaf, P. Nordi. 遺伝的プログラミング. (科学技術出版, 2000).
- 5) J.R. Koza, F.H. Bennett III, D. Andre, and M.A. Keane. Automated WYWIWYG design of both the topology and component values of electrical circuits using genetic programming. Genetic Programming 1996: Proceedings of the First Annual Conference, pp. 123-131, (1996).
- 6) N. Metropolis, A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller, E. Teller. Equation of state calculation by fast computing machines. Journal of Chemical Physics, pp. 23, (1953).
- 7) 藤田佳久, 三木光範, 橋本雅文, 廣安知之. シミュレーテッドアニーリングを用いた自動プログラミング. 情報処理学会研究報告. MPS, 数理モデル化と問題解決研究報告, Vol. 2007, No. 19, pp. 89-92, (2007).
- 8) S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. Science, No. 4598, 13 May 1983, Vol. 220, 4598, pp. 671-680, (1983).
- 9) M. Fielding. Simulated annealing with an optimal fixed temperature. j-SIAM-J-OPT, Vol. 11, No. 2, pp. 289-307, (2000).
- 10) 小西健三, 屋鋪正史, 瀧和男. 温度並列シミュレーテッドアニーリング法の巡回セールスマン問題への適用と実験的解析. 電子情報通信学会論文誌 D, Vol. J80-D1, No.2, pp.127-136, (1997).