

# The Importance of the Temperature Range in the Temperature Parallel Simulated Annealing Applied to the Traveling Salesman Problem

Mitsunori MIKI\* Tomoyuki HIROYASU\*\* and Koumei KUBOTA\*\*\*

(Received October 31, 2000)

The temperature parallel simulated annealing (TPSA) has been applied to the traveling salesman problem (TSP), but the effect of the temperature range used in TPSA is not clear. The most important criticism of TPSA is that the higher temperatures used in TPSA are no longer useful at the latter stage of its annealing process at least. From this point of view, the effect of the temperature range used in TPSA is investigated in this paper. The effect of the temperature in SA is examined through experiments for various constant temperatures. The results revealed that there is an important temperature value in SA, and the performance of the TPSA depends on whether such important temperature is included between the highest and lowest temperatures used in the TPSA. The important temperature is not known in advance for a particular problem, but it exists always between the highest and the lowest temperatures determined by the conventional method. This result shows another aspect of the effectiveness of TPSA. tract

**Key words** : Simulated Annealing, Traveling Salesman Problem, Cooling schedules, Important temperature

キーワード : シミュレーテッドアニーリング, 巡回セールスマン問題, 温度スケジュール, 重要温度

## 温度並列シミュレーテッドアニーリングの巡回セールスマン問題への適用と温度設定に関する考察

三木光範・廣安知之・窪田耕明

### 1. 序論

シミュレーテッドアニーリング (SA)<sup>1)</sup> は, 最適化問題, 特に組合せ最適化問題を解く汎用近似解法の一つとして用いられている. 一般的な最適化手法では大域的最適解を求めることが難しいが, SA では, 解品質が改良する方向だけでなく改悪する方向に対しても探索を進める仕組みにより, 理論上は大域的最適解を求

めることができる. しかし SA では, 解を得るまでの計算時間が長いという欠点があり, たとえば巡回セールスマン問題では SA で良好な近似解を得る計算量よりも, 完全な総当り計算のほうが計算量が少ないことが報告されている.<sup>2)</sup>

そこで, 計算時間の短縮を目的とした並列 SA に関する研究は数多くなされてきた. その中の一つである温度並列 SA (TPSA)<sup>3)</sup> は, 並列処理との高い親和性

\* Department of Knowledge Engineering and Computer Sciences, Doshisha University, Kyoto  
Telephone:+81-774-65-6434, Fax:+81-774-65-6796, E-mail:mmiki@mail.doshisha.ac.jp

\*\* Department of Knowledge Engineering and Computer Sciences, Doshisha University, Kyoto  
Telephone:+81-774-65-6638, Fax:+81-774-65-6796, E-mail:tomo@is.doshisha.ac.jp

\*\*\* Graduate Student, Department of Knowledge Engineering and Computer Sciences, Doshisha University, Kyoto  
Telephone:+81-774-65-6716, Fax:+81-774-65-6796, E-mail:southern@mikilab.doshisha.ac.jp

を持っているだけでなく、SA のもう一つの欠点である温度スケジュールの決定が原理的に不要であるという極めて優れた特長を有している。このため、TPSA はこれからの SA の発展に欠かせない手法と考えられ、これまでは LSI ブロック配置問題<sup>4)</sup>、巡回セールスマン問題<sup>5)</sup> などに応用され、逐次 SA と比較して TPSA が計算時間および解の精度の点で優れていることがわかっている。

しかし、TPSA を用いることで温度スケジュールは自動化されるが、それでも各プロセスへの温度の振り分け、最高温度と最低温度、解交換周期などは最初に決定しなければならず、パラメータの初期設定が重要になってくる。そこで本研究では、TPSA における上述のパラメータ設定について考察する。

また、TPSA のアルゴリズムを詳細に評価するためには、以下のような条件を満足している対象問題を扱う必要があると考えられる。

- 最適解が既知
- 比較すべきアルゴリズムの実装方法が明確かつ容易

これらの条件を満足する問題として、本研究では巡回セールスマン問題 (TSP) を対象問題とすることにした。SA の応用として、この問題は非常に一般的であり、そのような問題を用いることで TPSA の性能を正確に評価できると考えた。

TPSA の TSP への適用については、これまでに研究されていること<sup>5) 6)</sup> であるが、それらの研究においては、パラメータ設定は固定的なものであり、その影響については述べられていない。本研究では、温度パラメータが解に与える影響を調べ、TPSA における温度水準に関する問題点を明確にし、TPSA の改良のための指針を得ることを目的とする。

本論文の流れとしては、まず第 2 章で SA と TPSA を概説し、第 3 章で TPSA を TSP に適用して逐次 SA と比較する。そして、第 4 章で TPSA の温度パラメータについて検証し、独自の新しい温度パラメータの決定法を提案し、その方法を用いてパラメータを決定した TPSA を従来の TPSA の性能と比較評価する。最後に第 5 章で結論を述べる。

## 2. SA と温度並列 SA (TPSA)

### 2.1 SA<sup>1)</sup>

物質を融解状態になるまで加熱し、徐々に冷却する操作を焼きなまし (アニーリング) という。SA (シミュレーテッドアニーリング) はこの物理プロセスに着想を得た汎用近似解法である。SA はアルゴリズムが簡単で、適用範囲の広い組み合わせ最適化手法である。SA では、エネルギー関数値の改良方向への遷移のみではなく、改悪方向への遷移を確率的に認めることで局所解に陥らないようにして、良質な解を得ることができる。しかし、SA で得られる解は「温度」と呼ばれるパラメータに大きく依存してしまい、任意の問題に対する一般的な温度スケジュールは存在しない。また、SA では良質な解を得るためには膨大な量の計算が必要となり、並列処理が望まれるが、SA はマルコフ連鎖をたどる処理であるので本来強い逐次性があり、並列処理を導入すると高速化、解の品質のいずれかを犠牲にすることが多い<sup>2)</sup>。

### 2.2 温度並列 SA<sup>3)</sup>

そこで、並列処理によるスピードアップが得られやすく、解の品質の劣化が少ない並列 SA が望まれるが、これに対するアプローチとして温度並列 SA (TPSA) がある。<sup>3)</sup> TPSA は通常の逐次 SA と比較して、以下のような利点がある。

- 温度スケジュールの自動化  
温度スケジュールを解が自分自身で決定する。
- アルゴリズムの時間一様性  
時間の関数となるパラメータが存在しない。
- 並列処理との高い親和性  
プロセッサ間通信が必要となるのは解交換の瞬間のみであるため、並列処理との親和性が非常に高い。

TPSA について簡単に説明する。逐次 SA では温度  $T$  を温度  $T'$  に減少させるのに対して、TPSA のアルゴリズムでは温度  $T$  のプロセスから温度  $T'$  のプロセスへ解を渡す。このときの解交換は確率的に行う。二つのプロセッサ間ではある確率  $p$  で互いの解を交換し、確率  $1-p$  で何もしないことを定義する。この確率  $p$  を交換確率という。通常 TPSA では、以下の式 (1) のような解交換確率が用いられる。解交換は解交換確率に従い、ある一定のアニーリングステップごとに行う。

最終的に最低温度のプロセッサで得られる状態とエネルギーをおのおの最適状態と最適値として出力する．なお、この交換では交換相手プロセッサの解のエネルギー  $E'$  および温度  $T'$  と、自分の解のエネルギー  $E$  および温度  $T$  とのそれぞれの差分  $\Delta E (= E' - E)$  と  $\Delta T (= T' - T)$  を用いて判定する．

$$p(T, E, T', E') = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta T \cdot \Delta E < 0 \\ \exp\left(-\frac{\Delta T \cdot \Delta E}{T \cdot T'}\right) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

逐次 SA のアルゴリズムで温度スケジュールを設定することは、TPSA のアルゴリズムではプロセッサ間の解の交換をいつ行うかを設定することに相当する．TPSA では、プロセッサ間の解の交換を確率的に行わせることによって、温度スケジュールを自動化している．すなわち、確率的な解の交換によって解自身が自分に適した温度スケジュールを選び出してくれることを期待するのである．

逐次 SA と TPSA のクーリングスケジュールを、それぞれ Fig. 1 および 2 に示す．両図とも横軸が時間で縦軸が温度である．Fig. 1 では最も高い温度  $T_0$  に

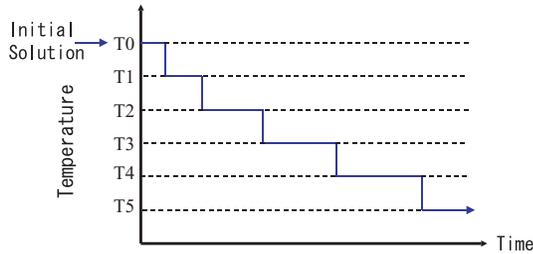


Fig. 1. Simulated Annealing.

初期解を与え、徐冷によって下げられた温度  $T_1$  でアニーリングを続けて行う．最終的に最も低い温度  $T_5$  のときに解を出力する．Fig. 2 では異なった温度を担当するプロセッサに異なった初期解を与え、プロセッサごとに同時並列にアニーリングを行う．解交換周期

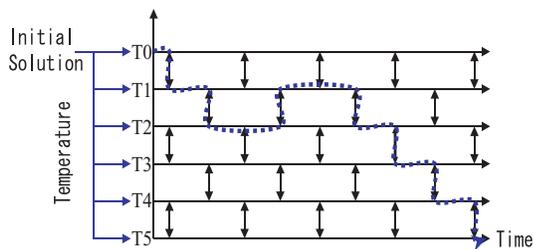


Fig. 2. Temperature Parallel Simulated Annealing.

に達したときに交換確率を満たしていれば解を交換する．最終的に、最低温度  $T_5$  のプロセッサにより解が出力される．

### 2.3 温度パラメータの決定について<sup>3)</sup>

温度並列 SA 法では、時間の関数としての温度スケジュールは自動的に決定されるが、温度パラメータである最高温度、最低温度、温度数、および各プロセッサへの温度の振り分けは指定する必要がある．これまでの TPSA の研究で用いられてきた各パラメータの設定は一般的に以下の通りである．<sup>6)</sup>

- 最高温度：最大の改悪となる状態遷移が 50 % の確率で受理されるような温度とする．
- 最低温度：最小の改悪となる状態遷移が解交換周期内で 1 回は受理されるような温度とする．
- 温度数：温度数に関しては実験的に決定する．詳細は参考文献<sup>3)</sup>を参照されたい．32 温度が比較的良好な温度数とされている．
- プロセッサへの温度の振り分け：プロセッサへの温度の振り分けは最高温度と最低温度の間を等比的に割り当てた．

本研究ではこの従来の温度パラメータ決定法の妥当性をより詳細に考察していく．

## 3. TPSA の離散問題への適用<sup>6)</sup>

この章では、まず TPSA の有用性を数値実験により再確認する．

### 3.1 巡回セールスマン問題

本論文で扱う対称巡回セールスマン問題は以下のように定義される． $N$  個の点  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  と距離関数  $d(v_i, v_j)$  が与えられたとき、全ての点をただ一度経由する巡回路  $\pi$  (Hamilton 閉路) のうち、式 (2) で与えられる巡回路長を最小にするものを求める．

$$\sum_{i=1}^{N-1} d(v_{\pi}(i), v_{\pi}(i+1)) + d(v_{\pi}(N), v_{\pi}(1)) \quad (2)$$

ここで、 $v_{\pi}(i)$  は、ある巡回路  $\pi$  上で  $i$  番目の点を表す．また対称巡回セールスマン問題においては、 $1 \leq i, j \leq N$  なる  $i, j$  に対して、 $d(v_i, v_j) = d(v_j, v_i)$  である．以降、本論文では対称巡回セールスマン問題を TSP と略す．

なお、本論文では TSP の近傍構造として、最も古典的で基本的な近傍である 2-change 近傍を用いた．ま

た本論文では、2-change を効率よく行なうために、組み替える 2 本の巡回路のうち少なくとも 1 本は短くなるような手法を使用した。<sup>6)</sup>

### 3.2 パラメータの決定<sup>6)</sup>

TPSA の決定すべきパラメータのうち、温度パラメータの決定法に関しては 2.3 節で述べたので、残りのパラメータである解交換周期と終了条件についての決定法を以下に示す。これらは、文献<sup>6)</sup>における研究で用いられた設定である。

- 解交換周期

都市数の 20 倍の遷移。

- 終了条件

温度数の 5 倍だけ解交換が行われた時点。本実装は 32 温度であるので 160 回の解交換が行なわれた時点で終了とした。

### 3.3 実験結果

本研究では対象問題として、TSP のベンチマーク集である TSPLIB<sup>7)</sup> を利用した。TSPLIB の中から最適解既知の問題を 5 個選び出し、前述した方法で決定したパラメータで作成した TPSA および逐次の SA を適用させた。結果を Table 1. に示す。

温度並列 SA と比較することができる逐次 SA の計算量には、2 つの考え方があり。1 つは、温度並列 SA における 1 つの温度が担当するアニーリングステップ分だけの探索を行う逐次 SA (表中の Short SA) である。もう 1 つは温度並列 SA の全ての温度が行うアニーリングステップの総和だけ、探索を行う逐次 SA (表中の Long SA) である。前者の Short SA はアニーリングステップ数を等しくし、後者の Long SA は計算機資源を等しくしたといえる。

表中の Problem の pr76 や kroA100 は、問題の名前を表しており、そこでの数字はその問題における都市数を表している。なお、実験結果は各データに対して 20 回の実行を行なった場合の最良値 (Best)、平均値 (Ave.)、および最悪値 (Worst) のエラー率  $(f^* - f_{opt}) / f^*$  ( $f_{opt}$  は大域最適解、 $f^*$  は得られた解) で表している。この結果からも分かるように最適化能力において TPSA は逐次 SA よりも優れていることがわかる。この実験によって、TPSA の有用性を確認することができたといえる。

## 4. 温度パラメータの設定に関する考察

この章では問題 pr76 に絞って考察する。

### 4.1 最高温度、最低温度

今までは、最高温度は最大の改悪となる状態遷移が 50 % の確率で受理されるような温度、最低温度は最小の改悪となる状態遷移が解交換周期内で 1 回は受理されるような温度として決定し、指数型アニーリングに従うように等比的に温度を振り分けて実験を行ってきた。このパラメータを TSP に適応させた結果も良好であったといえる。しかしながら、それらの温度設定の妥当性についてはもう少し詳細に検討が必要と思われる。すなわち、TPSA の性能がより向上する温度設定が存在する可能性があるということである。そこでこの章では、最高温度と最低温度を変化させることによって、温度パラメータについてより詳細な検証を行う。なお、他のパラメータである温度数、温度の振り分け、解交換周期、および終了条件は 2.3 節で決定した値を使用する。

最低温度は 2.3 節で決定した値に固定した。そして最高温度を下は最低温度に非常に近い温度まで、上は非常に高温まで変化させ、解の精度を比較した。結果を Fig. 3 に示す。同様にして、今度は最高温度を固定して最低温度を変化させ、解の精度を比較した。結果を Fig. 4 に示す。Fig. 3 の横軸は最高温度で、Fig. 4 の横軸は最低温度である。また両図とも縦軸はエラー率であり、試行回数は各温度で 20 回ずつである。

Fig. 3 および 4 の結果から以下のことが言える。

- 最高温度を非常に高温にしても解の精度に顕著な影響は現れない。
- 最高温度が 500 以下になると、わずかに解の精度が悪くなる。
- 最低温度を限りなくゼロに近づけていっても解の精度に顕著な影響は現れない。
- 最低温度を上げていくと、100 あたりから解の精度が著しく悪くなる。

これらのことから、100 から 500 付近に非常に重要な温度が存在していると考えられる。ここで述べる「重要な温度」というのは、その温度によって、改悪の確率がうまく調節され、その温度において SA の探索が最もよく進むような温度のことである。すなわち Fig. 3 で最高温度を重要な温度以下に下げること

Table 1. Comparison of TPSA with other methods (E - 4).

Problem	TPSA			Short SA			Long SA		
	Best	Ave.	Worst	Best	Ave.	Worst	Best	Ave.	Worst
pr 76	0	2	22	0	40	96	0	1	11
kroA 100	0	0	0	0	52	108	0	15	40
lin 105	0	0	0	0	43	135	0	0	0
ch 150	0	5	27	4	60	127	4	30	53
tsp 225	0	7	21	42	158	360	6	15	28

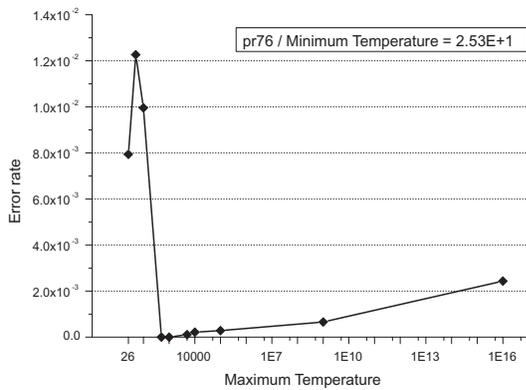


Fig. 3. TPSA fixed minimum temperature.

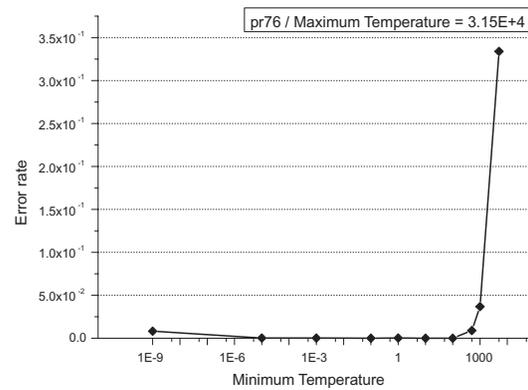


Fig. 4. TPSA fixed maximum temperature.

とは、32 温度並列で局所探索を行っていると言い換えることができ、わずかに精度が悪い局所解に収束していると考えられる。また Fig. 4 で最低温度を重要な温度以上に高くしてしまうと、最低温度で解が収束しなくなることが考えられる。

また、最高温度を非常に高くした場合および最低温度を非常に低くした場合でも、解の精度にさほど差がないという原因の一つとして、終了条件の設定が挙げられる。すなわち終了条件が長すぎるため、最高温度が不適切に高い場合や最低温度が不適切に低い場合も、最適解に近い準最適解に到達できてしまうということである。

#### 4.1.1 重要な温度

Fig. 3 および 4 の結果より、100 から 500 付近に非常に重要な温度が存在するのではないかと考え、より詳細に実験を行った。結果を Fig. 5 および 6 に示す。Fig. 5 では、横軸は最高温度で、最低温度は Fig. 3 の場合と同様の温度に固定した。また、Fig. 6 では、横軸は最低温度であり、最高温度は Fig. 4 の場合と同様の温度に固定した。試行回数は 20 回である。

Fig. 5 および 6 より重要な温度は 200 から 300 の間にあるといえる。そこで 200 から 300 付近をさらに細かく調べた。結果を Fig. 7 および 8 に示す。Fig. 7 では、横軸は最高温度であり、最低温度は Fig. 3 の場合と同様の温度に固定した。また Fig. 8 では、横軸は最低温度であり、最高温度は Fig. 4 の場合と同様の温度に固定した。試行回数は 20 回である。

Fig. 7 および 8 より、260 付近が pr76 に関して非常に重要な温度となっていることがわかる。最低温度が 260 より高くなると収束しなくなり、最高温度が 260 を下回ると局所探索となってしまふと考えられる。

すなわち、従来方法である最高温度を最大の改悪となる状態遷移が 50 % の確率で受理されるように設定したり、最低温度を最小の改悪となる状態遷移が解交換周期内で 1 回は受理されるように設定すると、最高温度と最低温度で重要な温度を挟むことになる。そこで、従来方法は妥当な温度決定法であるといえる。

ここで、Fig. 9 および 10 を用いて、最高温度と最低温度、そしてそれらの温度の間にある重要な温度との関係について詳述する。Fig. 9 は逐次 SA のクーリングスケジュールで、Fig. 10 は、TPSA のクーリ

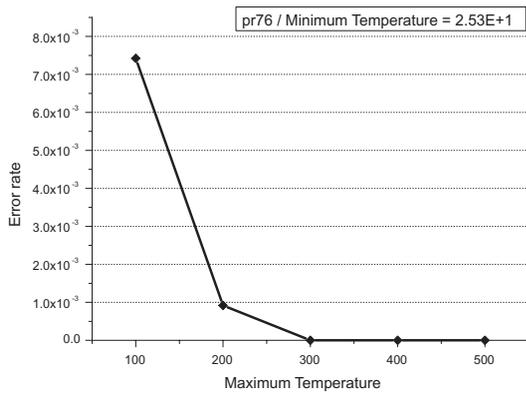


Fig. 5. TPSA fixed minimum temperature (maximum temperature is 100 ~ 500).

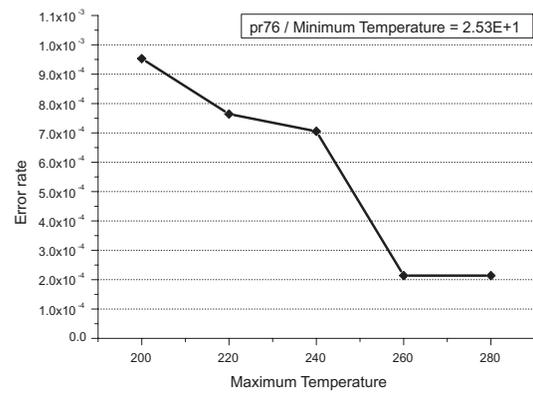


Fig. 7. TPSA fixed minimum temperature (maximum temperature is 200 ~ 300).

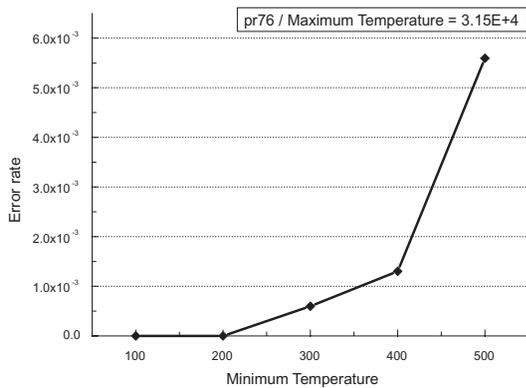


Fig. 6. TPSA fixed maximum temperature (minimum temperature is 100 ~ 500).

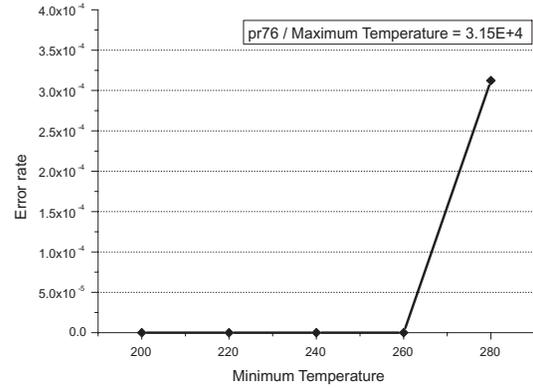


Fig. 8. TPSA fixed maximum temperature (minimum temperature is 200 ~ 300).

グスケジュールである。

Fig. 9のように、逐次SAでは初期温度(最高温度)を決め、徐々にクーリングしていき、重要な温度(図の Important temperature)である一定のステップ数だけ探索し、終了温度(最低温度)までクーリングして終了する。逐次SAの解の精度は、この重要な温度でのステップ数で決まると考えられ、解の精度を上げるためにはこの重要な温度でのステップ数をなるべく多くするような温度スケジュールの設定が必要になってくる。

それに比べ、TPSAではFig. 10に示すように、重要な温度で常に解が探索を行っている。すなわち、全ての処理が終了するまで重要な温度から最適解が求まる可能性があるということである。このことが、TPSAが逐次のSAよりも計算時間の短縮が図れるだけでなく、解の精度の向上をも図れる理由であると考えられる。

また逐次SAでは、重要な温度に徐冷する前の温度(Fig. 10の  $T_1$ )で求めた解が悪質な場合、重要な温度のステップ数では十分に探索が行われず、局所解に収束してしまうのに対し、TPSAでは重要な温度よりも低温のプロセスとの解交換も確率的に行われるので、重要な温度での探索は逐次SAよりも、比較的良質な解で行われる可能性も考えられる。

これらの理由からもTPSAが逐次SAよりも、計算時間の短縮の面だけでなく最適化能力の面においても優れていることがわかる。

#### 4.1.2 終了条件の設定

次に、SAにおけるアニーリングの終了条件について考える。

TSPのための従来のTPSAの終了条件は、温度数(ここでは32温度)の5倍だけ解交換が行われた時点としているが、アニーリング数が多すぎるため、100

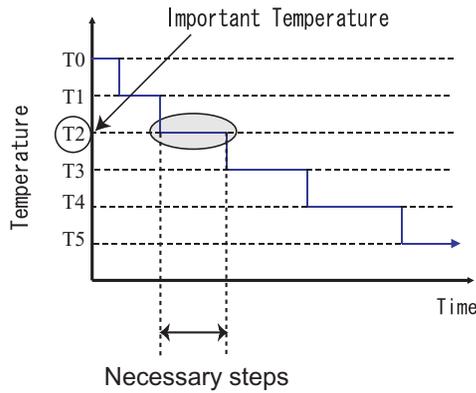


Fig. 9. Important temperature of SA.

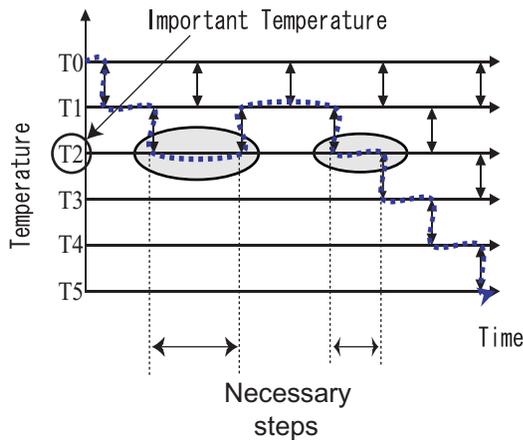


Fig. 10. Important temperature of TPSA.

から 500 の温度範囲が最高温度と最低温度の間に含まれていれば、最高温度と最低温度の差の大小に関係なく準最適解を求めることができると考えられる。そこで、アニーリング数を少なくして、解の精度を調べてみることにした。結果を Fig. 11 および 12 に示す。Fig. 11 では、横軸は最高温度で、最低温度は一定の値とした。また Fig. 12 では、横軸は最低温度で、最高温度は一定の値とした。また、両図とも試行回数は各温度で 20 回である。

Fig. 11 および 12 より、アニーリング数を少なくしても、解の精度は最高温度や最低温度の変化に影響を受けていないことがわかる。

また、Fig. 11 および 12 より、従来の終了条件の 200 分の 1 にも満たない 1000 回という非常に少ない探索においても、最適解のエネルギー値に非常に近いエネルギー値に到達していることもわかる。ここで Fig. 3 での局所探索により得られた解の精度が、同図

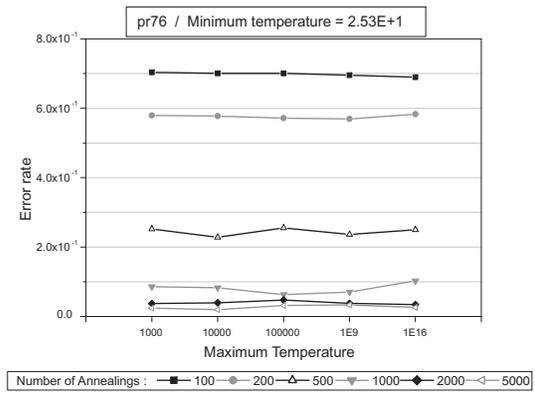


Fig. 11. The effects of the maximum temperature and number of Annealings in TPSA at the fixed minimum temperature.

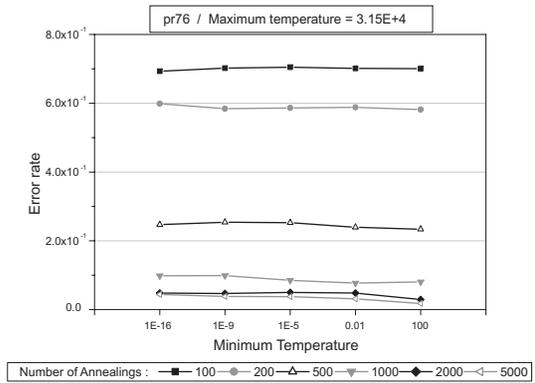


Fig. 12. The effects of the minimum temperature and number of Annealings in TPSA at the fixed maximum temperature.

での最高温度が 500 以上で得られた解の精度と比較して、それほど悪くない結果になっていることも考慮に入れると、pr76 という問題に存在する局所解のエネルギー値は最適解のエネルギー値に近い値であるということができ、その局所解から最適解までの最後の改善に TPSA の処理のほとんどの時間が費やされていると考えられる。

解の精度が最高温度の高温方向への変化に影響を受けない理由として、先に述べた重要な温度 (260 付近) を最高温度と最低温度の間に含んだ TPSA ならば、その重要温度付近を担当するいくつかのプロセスによって得られた良質な解が、解交換によって最低温度のプロセスに移動し、そして最適解として出力されているからと考えられる。

#### 4.2 適切な温度を知るための別のアプローチ

重要な温度を別の視点から調べた．まず最高温度を最大の改悪を 50 % の確率で受理する温度，最低温度を最小の改悪を解交換周期内で少なくとも一回受理する温度とし，32 温度で等比的に振り分けた．そして，各プロセスは与えられた温度で隣接するプロセスと解交換を行わずに単一で処理を行わせ，各プロセスの求めた解の精度を比較した．この結果を Fig. 13 に示す．縦軸はエラー率で，横軸は温度である．アニーリング数は 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000 および 10000 とした．また，試行回数は各温度で 20 回ずつである．

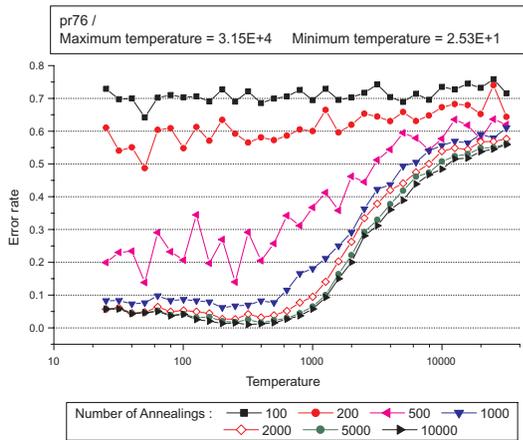


Fig. 13. Accuracy of the solution obtained by SA at a constant temperature.

Fig. 13 より，温度が 2000 よりも高いプロセスでは解の精度が悪くなっているが，温度が 2000 より低いプロセスではいずれも大きな差はなく，解は収束していることがわかる．しかし，この pr76 という問題は，先に述べたとおり局所解が最適解に非常に近い値であるので，温度が 2000 以下の低温部をより詳しく検討する．その結果を Fig. 14 に示す．縦軸はエラー率で，横軸は温度である．アニーリング数は 1000, 2000, 5000 および 10000 とした．試行回数は各アニーリング数ごとに 10 回ずつである．

Fig. 14 より，重要な温度は 200 から 500 の間に該当することがわかる．これは先に述べた 260 付近という結果とほぼ同じ結果である．

また，このアプローチにより，解交換は解を局所解から脱出できるような改悪を受理できる高温度のプロセスに移動したり，最適解に収束できるような低温度のプロセスに移動するために利用されているのではなく，重要な温度で得られた解を最低温度のプロセスに

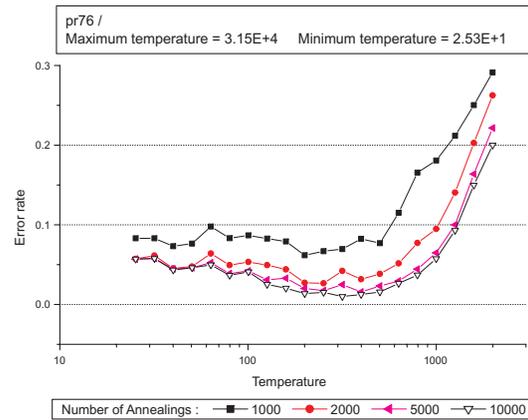


Fig. 14. Accuracy of the solution obtained by SA at a constant temperature (Detail).

運ぶために利用されていると考えることができる．

#### 4.3 3つのアルゴリズムの比較

ここでは，重要な温度の解探索への影響を明確にするため，以下の 3 つのアルゴリズムを考え，比較検討を行う．

- (1) 従来 of TPSA
- (2) 温度調節を行った TPSA
- (3) 重要温度に固定した PSA

それぞれのアルゴリズムについて説明する．アルゴリズム (1) では，最大の改悪となる状態遷移が 50 % の確率で受理されるような温度を最高温度とし，最小の改悪となる状態遷移が解交換周期内で 1 回は受理されるような温度を最低温度とする従来の TPSA である．アルゴリズム (2) では，最低温度は従来の決め方どおりで，最高温度を Fig. 15 のように，最低温度の出力した解と同等の解の精度となるプロセスの担当している温度を最高温度とする TPSA である．アルゴリズム (3) では，Fig. 16 のように，一番良い精度の解を出力したプロセスの温度を 32 個のプロセス全てに与え，解交換を行わずに処理させる．最後に一番精度のよい解を出力する．これはクーリングを行わず，32 個のプロセスが同温で独立に 2-change 交換と Metropolis 基準による受理判定を行っていくアルゴリズムである．

アニーリング数は 10000 回，20000 回，50000 回，100000 回および 200000 回の 5 つの場合で行い，それ

Table 2. Comparison of three Algorithms (E - 4).

Number of Annealings	Algorithm(1)	Algorithm(2)	Algorithm(3)				
			Temp.				
			200	252	317	399	502
10000	42	37	4	1	4	23	79
20000	26	21	0	0	0	22	32
50000	2	3	0	0	0	10	24
100000	2	1	0	0	0	7	17
200000	2	0	0	0	0	0	16

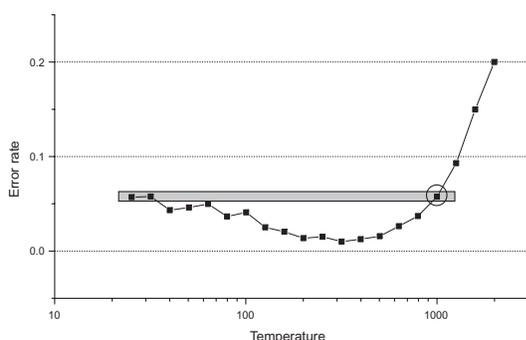


Fig. 15. Algorithm(2).

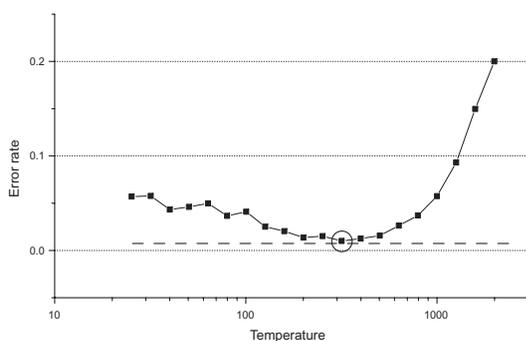


Fig. 16. Algorithm(3).

それぞれの解の精度を比較した。結果を Table 2 に示す。この表の結果は、すべてエラー率で表記している。

Table 2 より、従来の方法で温度パラメータを決めた TPSA よりも、最高温度を低くして、最低温度との差を狭めた TPSA の方が解の精度が良いという結果になっている。これは、最高温度と最低温度の差が縮まったことにより、重要な温度付近を担当するプロセスが増えた結果であるといえる。さらに、アルゴリズム(2)よりも、32のプロセスが重要な温度で解交

換を行わず、独立に処理を行わせたアルゴリズム(3)のほうが良好な結果を示した。したがってこの結果は、4.2 節で述べたように、SA では重要温度の状態での探索のみが解を得るために必要なものであるという結論を裏付けるものである。したがって、アルゴリズム(1)よりアルゴリズム(2)の方が解の精度がよく、アルゴリズム(2)よりも、アルゴリズム(3)の方が解の精度が良いので、重要温度を担当しているプロセス数が多い方が性能が良いと考えることができる。

TPSA では、解が高温のプロセスや低温のプロセスを移動することによって局所解を抜けて最適解を求めることができると考えられていたが、重要な温度付近を担当しているプロセスだけで最適解を求めることができることが、少なくともこの問題に対してはいうことができる。

#### 4.4 TPSA の改良について

前節でアルゴリズム(3)が最も良い結果となった。その結果を考慮し、今後の課題となる TPSA の性能を向上させるための改良アルゴリズムとして、以下の2つのようなアルゴリズムを考えることができる。

- (A) 重要温度を見つけ、その温度だけで探索を行う TPSA
- (B) 適応的に温度を変えながら重要温度を見つけ、その温度だけで探索を行う TPSA

ここで、この二つのアルゴリズムを簡単に説明する。まず、アルゴリズム(A)では、Fig. 17 に示すように、処理の最初は従来の決定法でパラメータを決めた TPSA で、解交換を行わずに独立に処理をさせる。そしてある時点  $t$  で、持っている解の精度が最も良好なプロセスの「温度(重要温度)」と「解」を全てのプロセスに与え、処理を行うアルゴリズムである。すな

わち，前述の重要な温度を調べた過程を TPSA の最初に組み込んだものである．

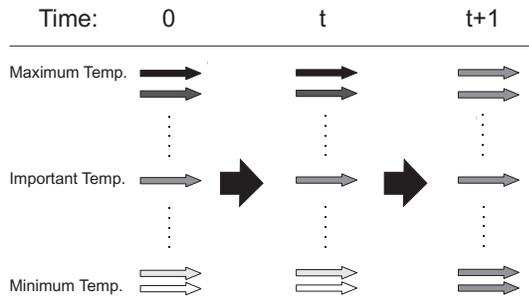


Fig. 17. Algorithm ( A ).

アルゴリズム ( B ) では，Fig. 18 に示すように，ある最高温度とある最低温度を，それらのある程度の温度差がつくように決める．そして，解交換を行わずに独立に処理をさせ，ある時点  $t$  で最高温度と最低温度の解の精度を比較し，解の精度が良質な方向に温度を調節し，重要な温度を発見するアルゴリズムである．重要な温度を発見したら，アルゴリズム ( A ) と同様に，その「温度」と，そのときの「解」をすべてのプロセスに与えて，処理を行うアルゴリズムである．これは，アルゴリズム ( A ) で最初に決めた最高温度と最低温度の間に重要な温度がない場合でも，重要温度を見つける適応的なアルゴリズムである．

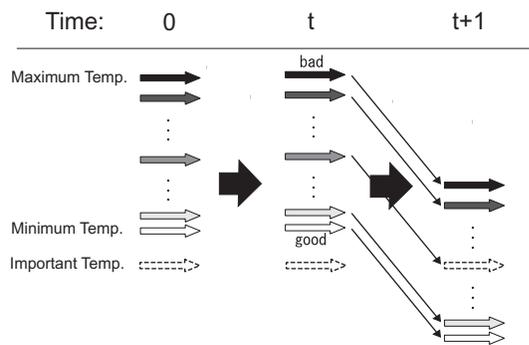


Fig. 18. Algorithm ( B ).

## 5. 結論

本論文では，従来までの並列 SA とは異なる新たな SA の並列アルゴリズムとして報告されている温度並列 SA (TPSA) を巡回セールスマン問題 (TSP) に適用し，温度パラメータが解に与える影響について考察した．得られた結論は以下の通りである．

- 1 従来の方法で決定した温度パラメータを用いた TPSA の最高温度と最低温度の間に，解の精度を良好にするような重要な温度が存在することがわかった．
- 2 最高温度が重要な温度を下回るような TPSA では，比較的大きな改悪を受理なくなり，局所探索となる．また，最低温度が重要な温度を上回る TPSA では，最低温度でも解が収束しないので著しく解の精度が悪くなる．
- 3 最高温度と最低温度の間に重要な温度を含む TPSA では，最高温度と最低温度の差が非常に大きい場合でも，解の精度が悪化しない．その理由は，アニーリング数が多いからではなく，重要な温度付近のアニーリングにより得られた解が出力されているからである．
- 4 TPSA では重要な温度付近を担当しているプロセスが多ければ多いほど解の精度がよくなる．
- 5 重要な温度を正確に知ることができるならば，その温度だけで独立に探索させても最適解を求めることができる．

## 参考文献

- 1) Kirkpatrick, S., Gelett Jr. C. D., Vecchi, M. P. *Optimization by Simulated Annealing*. Science, 1983.
- 2) Aarts, E., Korst, J. *Simulated Annealing and Boltzmann Machines*. John Wiley & Sons, 1989.
- 3) 小西健三, 瀧和男, 木村宏一. 温度並列シミュレーテッドアニーリング法とその評価. 情報処理学会論文誌, 1995.
- 4) 小西健三, 瀧和男. 温度並列シミュレーテッドアニーリング法の評価 - LSI ブロック配置問題に関して -. 情報処理学会 DA シンポジウム '94, 1994.
- 5) 小西健三, 屋鋪正史, 瀧和男. 温度並列 SA 法による巡回セールスマン問題の解法. Parallel Computing Workshop '96, 1996.
- 6) 小西健三, 屋鋪正史, 瀧和男. 温度並列シミュレーテッドアニーリング法の巡回セールスマン問題への適用と実験的解析. 電子情報通信学会論文誌, 1997.
- 7) <http://www.iwr.uni-heidelberg.de/iwr/comopt/soft/TSPLIB95/TSPLIB.html>.

出典：

同志社大学理工学研究報告 Vol.41, No.4

pp. 35-44

(2001年1月)

問い合わせ先：

同志社大学工学部/ 同志社大学大学院工学研究科

知的システムデザイン研究室

(<http://mikilab.doshisha.ac.jp>)