A Discussion on Real Number Vector Representation, Generation Alternation Models and Effect by Division of Population of Genetic Algorithm

Tomoyuki Hiroyasu* Mitsunori Miki* and Takahiro Fukunaga**

(Received December 20, 2002)

Recently, many Genetic Algorithm (GA) schemes have been developed to find good results for problems. Among them, this paper focused on Real-coded Genetic Algorithm, Generation Alternation Model, and Island Model. Real-coded GA is much effective for continuous function optimization than Bitstring GA. Minimal Generation Gap(MGG), one of the generation alternation models, is able to prevent premature convergence. Island model, one of the parallel models for GA, provides the better solutions than the conventional GA with a single population. Discussed in this paper is performance of real-coded GA with MGG and the island model. The examined model is applied to some test functions to verify the effectiveness of each scheme. Numerical results show that real-coded GA with multiple sub-populations provides higher search ability those that with a single population.

Key words ： Genetic Algorithm, Distributed Genetic Algorithm, Real-coded Genetic Algorithm, Generation Alternation Model

キーワード ： 遺伝的アルゴリズム，分散遺伝的アルゴリズム，実数値遺伝的アルゴリズム, 世代交代モデル

遺伝的アルゴリズムにおける 実数値ベクトル表現，世代交代モデル，母集団分割効果の検討

廣 安 知 之・三 木 光 範・福 永 隆 宏

1. はじめに

遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm : GA）は生物の進化を模倣した確率的な最適化アルゴリズムである．GA による解探索は，候補解の設計変数を符号化した染色体をもつ個体群による多点探索である．対象問題を環境ととらえて，個体の環境への適合の度合いを適合度で表す．適合度は最適解に近いものほど高くなる．個体群に対して，交叉，突然変異，選択という遺伝的オペレータを繰り返し適用することで，環境により適合した個体が生存し，子孫を増やしていく．これにより段階的に最適解を得ることができる．GA では初期個体の生成や，遺伝的オペレータなどにランダム性を取り入れる一方で，設計変数の染色体へのコード化や，遺伝的オペレータの手続きを対象問題の性質に応じてヒューリスティックに設計することが可能である．

しかしながら，GA には（1）早熟収束による局所

* Department of Knowledge Engineering and Computer Sciences, Doshisha University, Kyoto
Telephone:+81-774-65-6930, Fax:+81-774-65-6780, E-mail:miki@mail.doshisha.ac.jp , tomo@is.doshisha.ac.jp
** Graduate Student, Department of Knowledge Engineering and Computer Sciences, Doshisha University, Kyoto
Telephone:+81-774-65-6716, Fax:+81-774-65-6716, E-mail:takapy@mikilab.doshisha.ac.jp

解への収束，(2) 反復計算による高い計算負荷などの問題点があることが報告されている．GA の探索性能の向上に関しては多くの研究が行われている．その中で本研究で着目するのは，１）遺伝子型の実数値ベクトルによる表現とその交叉法，２）世代交代モデル，３）母集団の分割化の 3 種のスキームである．

実数値遺伝的アルゴリズム（Real-coded Genetic Algorithms，以降，実数値 GA と称す）は，連続関数の最適化に適したコード化と交叉オペレータを有する GA である．実数値 GA は，目的関数の形状を考慮した探索を行うため，ビットストリングを用いてコード化を行う GA（以降，ビット型 GA と称す）と比較して，良好な解を得ることができる [1)]．

また，早熟収束に関する問題を解決するために，世代交代モデルの研究がなされてきた [2)]．世代交代モデルは，個体群から複数の個体を選択（複製選択），選択された個体は遺伝的オペレータによって新たな個体となり，次世代に生き残る個体の選択（生存選択）を規定するものである．集団の中に多様かつ適切なビルディングブロックを蓄積，維持できるような世代交代モデルを設計することにより，早熟収束を回避することができる．特に実数値 GA に有効に機能する世代交代モデルに Minimal Generation Gap (MGG)[2)] がある．

さらに，GA の高い計算負荷を解決するための方法として，GA の並列モデルに関する研究がなされてきた [3)]．GA の並列モデルにはいくつかの種類があるが，その 1 つに分散遺伝的アルゴリズム（Distributed Genetic Algorithms，以降，分散 GA と称す）[4)] がある．分散 GA では母集団を複数のサブ母集団（島）に分割し，各島内で独立に遺伝的操作を行う．また，一定期間ごとに島間で個体を交換する移住と呼ばれる操作を行う．分散 GA を並列実装する場合には，サブ母集団を各プロセッサで処理することができ，移住による個体の交換以外にプロセッサ間の通信の必要がない．このため分散 GA の並列化効率は非常に高い [3)]．さらに分散 GA はビット型 GA において，単一母集団の GA と比較して，高品質な解が得られると報告されている [4, 5)]．このため分散 GA は，GA の計算モデルとしても優れているといえる．本論文でも，並列計算機上への実装は行わない．以降，母集団を分割することによる解探索性能の向上を，母集団分割による分散効果と呼ぶ．

これらのスキームは関連研究において，GA の探索性能を向上させることを示している．しかしながら，これら 3 種のスキームをすべて組み合わせた GA の性能向上を検討している例は見られない．そこで本研究では，表現型として，通常のバイナリ表現，実数値ベクトル表現，世代交代モデルである MGG の有無，母集団の分割のそれぞれの組み合わせたモデルにおける GA の探索性能について検討する．

2. 遺伝的アルゴリズム

2.1 遺伝的アルゴリズムの概要

GA では状態空間上の要素（解）を個体として表現する．そして，各個体は設計変数値がコーディングされた染色体によって構成されている．この染色体をデコーディングすることにより設計変数に変換し，目的関数の値を計算する．このとき，染色体で表現されたものを遺伝子型と呼び，これによって定まる個体の性質や特性を表現型と呼ぶ．また，個体の集合を母集団（Population）と呼び，ある世代（Generation）を形成している個体のうち，環境（目的関数）への適合度が高い個体ほど次の世代に高い確率で生き残るように選択する．さらに，それぞれの個体に対して，交叉，突然変異などの遺伝的オペレータによって次世代を形成する．これらの一連の操作を繰り返して行うことによって解探索を行う．探索が進むごとに，より適合度が高い個体が増加し，やがて最適解が得られると期待できる．これが GA の基本的な概念である．GA の流れを Fig. 1 に示す．

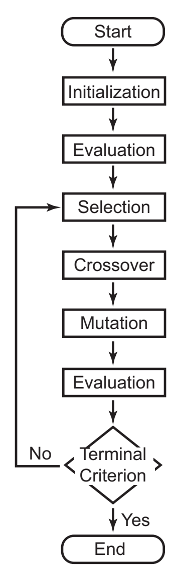


Fig. 1. The flow chart of GA.

2.2 GA の特徴および問題点

Goldberg によると，GA は様々な問題に適用が可能である一方で，以下のような問題点もある．

- ユークリッド空間情報の欠如
  ビット型 GA によって表現される遺伝子空間の位相構造は，状態空間である実数空間の位相構造とは大きく異なる．そのため，従来の傾斜法などのような手法では探索が困難であった問題に対しても，大局的な最適解が探索可能である．最適化において，探索空間における目的関数の形状を考慮した探索が有効である [1]．この探索を行うためには，適合度の高い 2 つの親個体から形質を引き継ぎ適合度の高い子個体を生成することが望まれる．そのため，連続最適化問題において，ユークリッド空間の近い適合度の高い親個体からは，それら親個体の近傍に個体を生成することが有効である．しかしながら，ビット型 GA では，これらのユークリッド空間の距離情報が欠如しているため効率的な探索が行われない場合がある．この問題を解決するために，染色体のコーディングに実数ベクトルを用いる実数値 GA がある．設計変数に連続値をとる最適化問題の場合，探索に実数値を用いることで，目的関数の形状を考慮した探索が可能である点から，ビット型 GA よりも，良好な解が得られると報告されている [6]．実数値 GA については 2.3 節で述べる．

- 早熟収束による局所解への収束
  探索序盤において，他の個体に比べ極端に適合度の高い個体が存在した場合，その個体は急速に母集団に広がる可能性がある．このとき，母集団の多様性は低くなり，局所解に収束しやすくなる．この問題を解決するためには，探索において各世代間の個体分布の差（Generation gap）を小さくすれば良い．これを実現するために．GA の世代交代モデルに関する研究が行われている [2]．世代交代モデルについては 2.4 節で述べる．

- 高い計算負荷
  GA は多点探索のため膨大な反復計算を必要とする．このための他の最適化手法と比較して計算負荷が高い．この問題を解決する方法として GA の並列化がある．GA の遺伝オペレータは並列実装が可能であるため，計算負荷を分散させることができる．GA の並列化については 2.5 節で述べる．

- パラメータ設定の複雑さ
  GA では，個体数，交叉率および突然変異率など設定すべきパラメータが多く，これらのパラメータの値は解探索性能に大きく影響する．さらに，パラメータは対象問題に依存するため，最適なパラメータを設定するためには十分な予備実験が必要となる．

2.3 実数値遺伝的アルゴリズム

連続関数の最適化には，目的関数の形状を考慮した探索が必要とされる．そのような探索を行うための交叉法を設計するために，Fig. 2 のように探索に用いる個体を従来の GA のようなビットストリングでなく，実数ベクトルを用いて表現する実数値 GA を用いる．以下にその実数値 GA のために設計された遺伝的オペレータについて説明する．

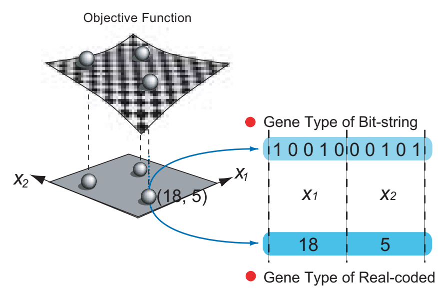


Fig. 2. Real value coding.

交叉

目的関数の形状を考慮しながら探索を行うためには，親個体が状態空間上に離れて存在している場合には子個体は広い範囲で生成され，親個体が近くに存在している場合には子個体を親個体の近傍に生成することが望ましい．このような指針に基づき設計された交叉オペレータの代表的なものとして，BLX-α[7] および UNDX[8] がある．

BLX-α
Esheleman によって考案された交叉法であり，親個体が持つ実数ベクトルの各変数の区間 d_i を両側に αd_i だけ拡張した区間から一様乱数に従ってランダムに子個体を生成する．すなわち，親個体の周辺の各辺が軸に平行な超直方体の領域が子個体の生成領域となる．Fig. 3 に BLX-α による子個体生成の例を示す．

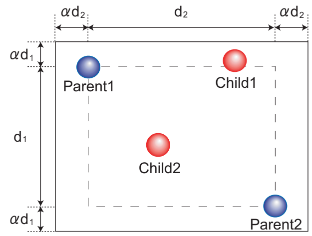


Fig. 3.　BLX-α（2dimensions）．

$$c_{1i}, c_{2i} = u(\min(p_{1i}, p_{2i}) - \alpha d_i,\ max(p_{1i}, p_{2i}) + \alpha d_i)$$
$$d_i = |p_{1i} - p_{2i}|$$

ここで，$\vec{P_1} = (p_{11}, \cdots, p_{1n})$ と $\vec{P_2} = (p_{21}, \cdots, p_{2n})$ は親個体，$\vec{C_1} = (c_{11}, \cdots, c_{1n})$ と $\vec{C_2} = (c_{21}, \cdots, c_{2n})$ は子個体，$u(x, y)$ は区間 $[x, y]$ の一様乱数を表す．また α はユーザが設定するパラメータである．

単峰性正規分布交叉（Unimodal Normal Distribution Crossover：UNDX）

小野らによって考案された交叉法であり，Fig. 4 に示すように，3 つの親個体によって決定される正規乱数を用いて 2 つの子個体を生成する．基本的に子個体は 2 つの親個体を結ぶ軸の周辺に正規分布により生成され，第 3 番目の親個体は正規分布の標準偏差を決定するために補助的に用いられる．正規分布の標準偏差は，その主軸成分，すなわち 2 つの親個体間の距離に比例させ，それ以外の軸の成分は，第 3 の親個体と主軸との距離に比例させる．ここで，主軸以外の標準偏差に $1/\sqrt{n}$ (n : Dimensions) をかけることで，次元が増加しても親個体から極端に離れた子個体を生成する可能性は減少する．以下に UNDX の手順に示す．

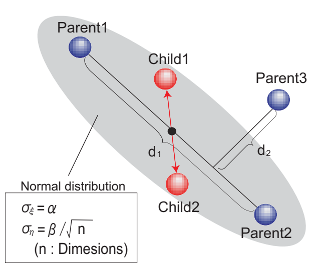


Fig. 4.　UNDX（2dimensions）．

1. 個体群から 2 個の親個体 $\vec{p_1}, \vec{p_2}$ をランダムに選ぶ．
2. これらの親個体の重心（中点）を $\vec{m} = (\vec{p_1} + \vec{p_2})/2$
   また，$\vec{p_1}$ と $\vec{p_2}$ の差ベクトルを $\vec{d_1}$ とする．
3. 親個体 $\vec{p_3}$ を個体群からランダムに選択する．
4. D を $\vec{d_2} = \vec{p_3} - \vec{m}$ の $\vec{d_1}$ に直交する成分の大きさとする．
5. $\vec{e_1}, \cdots, \overrightarrow{e_{n-1}}$ を $\vec{d_1}$ に直交する部分空間の正規直交基底とする．
6. 子個体 $\vec{c}$ を次式で生成する．
   $$\vec{c_1} = \vec{m} + w_i\vec{d_1} + \sum_{i=1}^{n-1} v_i D\vec{e_i}$$
   $$\vec{c_2} = \vec{m} - w_i\vec{d_1} - \sum_{i=1}^{n-1} v_i D\vec{e_i}$$
   $$w_i \sim N(0, \sigma_\xi^2)\ ,\ \sigma_\xi = \alpha$$
   $$v_i \sim N(0, \sigma_\eta^2)\ ,\ \sigma_\eta = \beta/\sqrt{n}$$

ここで n は次元数，$w_i \sim N(0, \sigma_\xi^2)$ と $v_i \sim N(0, \sigma_\eta^2)$ は正規乱数を表す．α，β はユーザーが設定するパラメータである．

UNDX は，親個体を結ぶ軸の周辺に正規分布にしたがって子個体を生成することから，親個体を結ぶ軸から遠く離れた子個体を生成する可能性は少ない．したがって，設計変数間に依存関係のある問題に対して効率的に探索を行う能力を持っていると考えられる．

突然変異

実数値 GA において突然変異は以下のような手法がある [9]．

一様突然変異（Uniform mutation）

設計変数ごとに，実行可能領域内に一様乱数により，新しい実数値を発生させる．

境界突然変異（Boundary mutation）

一様突然変異とほぼ同様であるが，新しい値は実行可能領域の境界上にとる．

しかしながら実数値 GA において，交叉が突然変異の役割もしており，突然変異は補助的な役割として用いられる．この点でビット型 GA とは大きく異なる [7]．そのため突然変異が解探索に悪影響を及ぼすことがある．よって本論文における実数値 GA では突然変異を行っていない．

2.4　世代交代モデル

世代交代モデルは，母集団から子個体を生成する親個体の選択（複製選択），その親個体群から，交叉または突然変異によって子個体を生成し，次世代に生き残る個体の選択（生存選択）を規定するものである [2]．Fig. 5 に世代交代モデルの手順を模式的に示す．

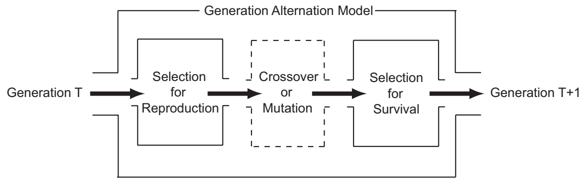


Fig. 5.　Generation Alternation Model.

初期収束による局所解への収束の問題や，特に目的関数に局所解が多く，探索が困難といわれている多峰性関数の場合は，十分に母集団の多様性を保つことで局所解へ陥る可能性を減少することができる．そのため除々に有望でない領域を切り捨てていく必要があり，多様性維持に優れた世代交代モデルを用いることは，有効な手段である．

世代交代モデルには，複製選択（Selection for Reproduction）と生存選択（Selection for Survival）の方法によって，いくつかのモデルが提案されている．本論文で用いる世代交代モデルは，Mimimal Generation Gap (MGG) である．以降，代表的な世代交代モデルである Simple GA (sGA) と MGG について説明する．

2.4.1　Simple GA (sGA)

Goldberg によって考案された世代交代モデルである [10]．それぞれの選択方法は以下の通りである．

（複製選択）：
母集団からルーレット選択によって，個体を復元抽出する．
（生存選択）：
無条件で．親個体集団と子個体集団の入れ替えを行う．

sGA において，適合度を用いたルーレット選択では，探索の序盤に他の個体に比べ，極端に高い適合度の個体が存在すると，その個体が母集団に広がってしまうことがある．この場合，局所解に収束する可能性が高くなる．また，探索の終盤において，適合度の差がなくなると，選択が有効に機能しなくなり，最適解の方向に探索が進まないことがある [11]．さらに，sGA では，無条件で親個体は子個体に置き換えられるため，適合度の高い親個体でも生き残ることができず，母集団から良い解が喪失してしまう問題がある [12]．

2.4.2　Minimal Generation Gap (MGG)

佐藤らによって考案された世代交代モデルである [2]．それぞれの選択方法は以下の通りである．

（複製選択）：
適合度を無視して，母集団から個体をランダムに 2 個体非復元抽出する．
（生存選択）：
生成された個体群から，最良個体とランクに基づくルーレット選択により選ばれた個体をそれぞれ 1 個体ずつ選択する．

また，本論文で用いた MGG を適用した GA の流れを以下に示し，Fig. 6 に個体生成の例を示す．

1. 初期個体の生成
   ランダムに複数個の実数ベクトルを生成し，それを初期集団とする．
2. 複製選択
   集団からランダムに交叉のための 2 つの親個体を選択する．
3. 子個体の生成
   ステップ 2 で選択された親個体に対し，交叉を n_c 回適用し，子個体を $2n_c$ 個生成する．
4. 生存選択
   生成されたすべての子個体について評価値を計算した後，親個体と生成されたすべての子個体を合わせた個体集合から 2 個体を選択し，集団中の親個体と置き換える．ここで選択される個体は，最良個体，および最良個体を除いた残りの個体集団からランクに基づくルーレット選択により選ばれた個体である．
5. ある停止条件満たされるまで，ステップ 2 からステップ 4 を繰り返す．

MGG は，複製選択をランダムに選択することから初期収束を回避し，探索終盤においても母集団内に多種多様な個体を存在しやすくし，進化的停滞を抑制することを目的としている．具体的には，親個体は母集団からランダムに選ばれ，世代交代が局所的に行われ

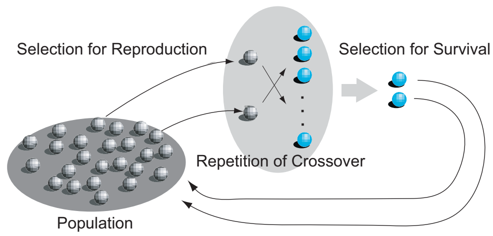


Fig. 6. Minimal Generation Gap.

る．また，親個体の存在する領域の形状を十分に考慮するために，交叉を複数回行うことによって，1 ペアの親個体から複数の子個体を生成する[2]．

2.5 分散遺伝的アルゴリズム

分散 GA は，母集団を複数のサブ母集団（Subpopulation）に分割し，各サブ母集団内で独立した遺伝的操作を行う．サブ母集団を島（Island）とも呼ぶ．

また，Fig. 7 のように一定世代ごとに島ごとで個体の交換を行う．この操作を移住（Migration）という．また移住において，島内の個体数に対して交換する個体数の割合を移住率（Migration rate）といい，移住を行う世代間隔を移住間隔（Migration interval）という．Fig. 8 に分散 GA の流れを示す．

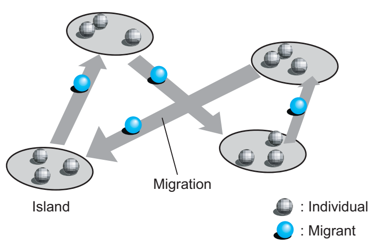


Fig. 7. Migration.

2.6 分散 GA の特徴

分散 GA の特徴の 1 つに，各島の独立した遺伝的操作を 1 台のプロセッサに割り当てることで，容易に並列実装が可能であるという点がある．分散 GA を並列実装した場合にも，移住による個体の交換以外にプロセッサ間の通信が発生しないため，分散 GA の並列化効率は非常に高い[3]．

もう 1 つの特徴として，多様性が保たれた探索が可能である．分散 GA では各島で独立した GA を行っているため，各島独自の探索が進み，個体の様子は島によって大きく異なる．その結果，母集団全体として多様性が維持されている．しかし，母集団を分割していることにより，各島で探索を行っている個体は少ない．

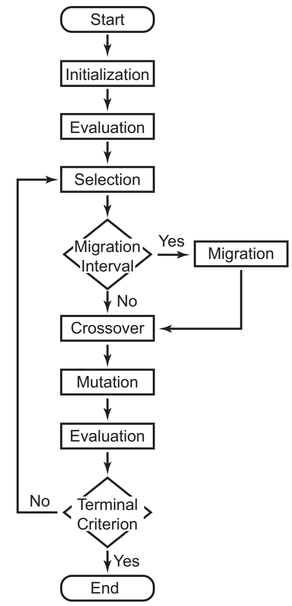


Fig. 8. The flow chart of DGA.

そのため局所解に陥る可能性も高くなる．そこで移住により，ある島の個体を他の島に反映させることで，島内での多様性も維持できる．これらのことから，分散 GA は単一母集団で行う GA と比較して，並列化により計算時間が短縮するだけではなく，解が高品質化するとういう報告もされている[5]．そのため分散 GA は，GA の計算モデルとしても優れているといえる．本論文でも，並列計算機上への実装は行わずに，単一プロセッサ上で実装を行った．以降，母集団を分割することによる解探索性能の向上を，母集団分割による分散効果と呼ぶ．

3. 実数値 GA の分散効果の検討

本論文で検討するモデルは UNDX+MGG の実数値 GA である．また，比較対象としてビット型 GA に MGG を適用した計算モデルの検討も行う．ビットコーディングには，バイナリコーディングとグレイコーディングの 2 種類がある．グレイコーディングはバイナリコーディングの問題点を改良したもので，隣接する数のハミング距離が 1 になるように設計されており．バイナリコーディングと比較して．状態空間上の連続性が探索に反映されている．本論文ではグレイコーディングを用いる．

3.1 計算モデルの概要

本節では，本論文で用いる計算モデルについて説明する．本論文では実数値 GA に注目し，交叉法に

UNDX，世代交代モデルに MGG を用いた．このモデルは小野らによって，様々な連続関数最適化問題に対して有効性が確認されている [8)]．しかしながら分散 GA に，このモデルを適用した研究はなされていない．よって，本論文では，分散 GA に UNDX+MGG モデルを適用した実数値 GA について検討する．Fig. 9 に分散 GA に MGG を適用した模式図を示す．

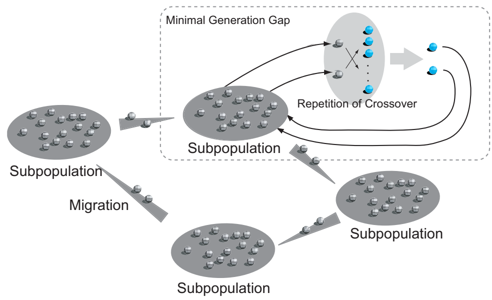


Fig. 9.　MGG の分散モデル．

3.1.1　分散 GA に適用した MGG の問題点

従来の MGG を分散 GA に適用した場合について，2 種類のテスト関数に適用して実験を行った．適用したテスト関数は設計変数間の依存性有無の観点から，多峰性関数である Rastrigin 関数と Griewank 関数とした（テスト関数の詳細に関しては 4.1 章参照）．終了条件は世代数が 30000 世代を超えたときであり，試行回数は 20 とした．実験に用いたパラメータについては，交叉回数は推奨値 [8)] である 100 回，それ以外は Table 1 のものを用いている．また，Fig. 10 に対象問題ごとの関数評価値の推移を示す．結果は 20 試行平均である．横軸は評価計算回数，縦軸は関数評価値である．対象問題が最小化問題であるため，縦軸の値が小さいほど最適値に近づいていることになる．

Fig. 10 から，いずれの関数において母集団を分割することが有効に機能しているとは言えない．Fig. 10(a) から，Rastrigin 関数では単一母集団と 5 島の場合に，20 試行中，数回の試行が局所解に陥り最適解に至らなかった．また Fig. 10(b) から，Griewank 関数では島数によらず最適解に達したが，分散効果は確認できなかった．

これは MGG を分散 GA に組み込む場合，不必要に評価計算が増加してしまうと考えられる．具体的には，単一母集団の場合，1 世代に必要となる評価計算回数は ([交叉回数] $*\,2$) 回である．しかし分散 GA の場合，各島で MGG を適用すると評価計算回数は ([交叉回数] $*\,2\,*$ [島数]) 回となり，島数が増加するにつれて，評価計算も増加してしまう．よって，母集団の分割が有効に機能する MGG を考える必要がある．

3.1.2　本手法で用いた MGG の分散モデル

分散モデルに有効に機能する MGG を提案する．島数の増加に伴う評価計算回数の増加を防ぐため，島数に応じて交叉回数を調節する．具体的には，単一母集団の場合の交叉回数を 100 回とし，交叉回数を以下の式で設定する．

$$Number\ of\ Crossover = 100/Number\ of\ Islands$$

これより終了世代における評価計算回数を統一させることができる．

MGG の分散モデルを分散 GA に適用した場合について，前実験と同様の 2 種類のテスト関数に適用して実験を行った．終了条件は世代数が 30000 世代を超えたときであり，試行回数は 20 とした．実験に用いたパラメータは Table 1 の通りである．

Table 1.　Paremeters : 1.

パラメータ	値
総個体数	300
島数	1, 2, 5, 10
各島個体数	総個体数 / 島数
次元数	20
交叉方法	UNDX
交叉回数	100 / 島数
UNDX parameter	$\alpha = 0.5\ \beta = 0.35$
突然変異率	0.0
移住率	0.5
移住間隔	5

Fig. 11 に対象問題ごとの関数評価値の推移を示す．

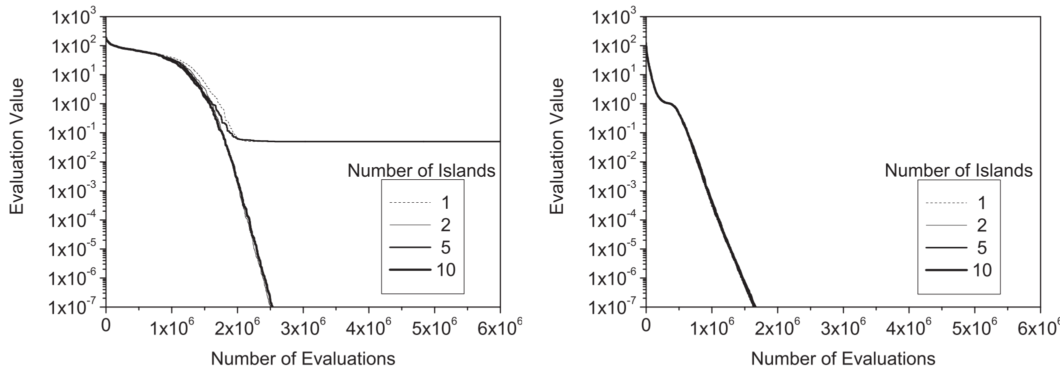
Fig. 11 から，島数による分散効果が確認できた．各島での無駄な評価計算が減少したためである．しかし交叉回数が減少して多様性が欠如されると予想できるが，移住により母集団全体の多様性は維持できていると考えられる．本論文では，分散 GA が有効に機能する MGG を用いる．

3.2　対象問題

本論文において用いた対象問題を以下に示す．対象問題はすべて連続関数最小化問題とした．

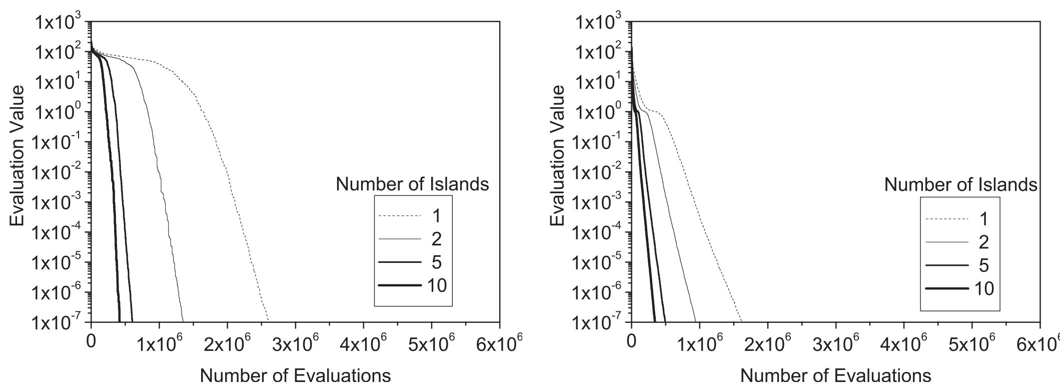
- **Rastrigin 関数**

  Rastrigin 関数は，大域的最適解の周辺に格子状



(a) Rastrigin(20dim) (b) Griewank(20dim)

Fig. 10. History of the evaluation value.



(a) Rastrigin(20dim) (b) Griewank(20dim)

Fig. 11. History of the evaluation value.

に多数の局所解をもつ多峰性の関数である．設計変数間に依存関係はない．この関数はすべての設計変数の値が 0 のとき最小値 0 をとる．

$$f(x) = 10n + \sum_{i=1}^{n}\left(x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)\right)$$
$$-5.12 < x_i \leq 5.12$$

- **Griewank 関数**
  Griewank 関数は，大域的には単峰性であるが，局所的には多数の局所解の形状をとる多峰性の関数であり．設計変数間に依存関係がある．この関数はすべての設計変数の値が 0 のとき最小値 0 をとる．

$$f(x) = 1 + \sum_{i=1}^{n}\frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^{n}\left(\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)\right)$$
$$-512 < x_i \leq 512$$

- **Rosenbrock 関数**
  Rosenbrock 関数は，単峰性関数であり設計変数間に依存関係がある．この関数はすべての設計変数の値が 1 のとき最小値 0 をとる．

$$f(x) = \sum_{i=2}^{n}\left(100(x_1 - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2\right)$$
$$-2.048 < x_i \leq 2.048$$

- **Ridge 関数**
  Ridge 関数は，単峰性関数であり設計変数間に強い依存関係がある．この関数はすべての設計変数の値が 0 の時最小値 0 をとる．

$$f_{ridge}(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{i} x_j\right)^2$$
$$-64 < x_i \leq 64$$

- **Rotated Rastrigin 関数**
  Rotated Rastrigin 関数は，設計変数間に依存関

係がない Rastrigin 関数を原点中心に回転させることによって，強い依存関係を持たせた関数である．本論文では回転角を 20 度としている．この関数はすべての設計変数の値が 0 のとき最小値 0 をとる．

3.3　数値実験

3.1.2 節の MGG の分散モデルを適用した分散 GA の有効性を検討するために，3.2 節で挙げた対象問題について実験を行った．終了条件は世代数が 30000 世代を超えたときであり，試行回数は 20 とした．実験に用いたパラメータを Table 2 に示す，なお，ビット型 GA において，実数値 GA に探索精度を近づけるために，1 設計変数あたりのビット数を 30 ビットとした．

Table 2.　Paremeters : 2.

パラメータ	実数値 GA	ビット型 GA
総個体数	300（多峰性），50（単峰性）	
島数	1, 2, 5, 10	
各島個体数	総個体数 / 島数	
次元数	20	
1 設計変数のビット数		30
交叉方法	UNDX	2 点交叉
交叉回数	100 / 島数	
UNDX parameter	α=0.5 β=0.35	
突然変異率	0.0	0.0017
移住率	0.5	
移住間隔	5	

Table 3 に両計算モデルの実験結果を示す．結果には，全試行回数に対して最適解を発見した試行の数（#OPT*），および最適解に達した試行における評価計算回数の平均値（AVG）を用いる．UNDX は実数値 GA，2X（2 点交叉：2points-crossover）はビット型 GA の交叉オペレータである．また，本論文における実数値 GA の最適解というのは，各々の関数評価値が 1.0E-10 に達したものを指している．

3.4　島数による分散効果の比較

Table 3 から，Rosenbroclk 関数以外に関しては，両計算モデルにおいて母集団分割による分散効果を確認することができた．Rosenbrock 関数では，2 島の分散 GA が最も良好な結果を得た．これは島数を増加することで，各島内の個体数が減少し，統計的に子個体を発生させる UNDX が有効に機能しなかったためであると考えられる．また，同様の性質を持つ単峰性である Ridge 関数では，このような傾向にはならなかった．これは Ridge 関数の最適解が原点であることに起因していると考えられる．実数値 GA では，交叉方法に BLX-α や UNDX を適用した場合，探索空間の中心付近が探索されやすいことが報告されている [13)]．よって Ridge 関数のように，最適解が探索空間の中央に存在する問題に対して，少ない個体数でも有効に探索が行われたものと考えられる．

3.5　コーディング方法による比較

Table 3 から，染色体のコーディング方法によらず，MGG を適用すると，ほとんどの対象問題において母集団分割による分散効果を確認することができた．

実数値 GA は，すべての関数において最適解を得ることができた．この点に関してビット型 GA と比較して，連続関数最適化問題には，連続性を考慮した探索が非常に重要であることが確認できる．特に，設計変数間に依存関係のある問題に対しては，分散ビット型 GA よりも UNDX を適用した分散実数値 GA が有効であることが確認できる．しかしながら，Rastrigtin 関数や Rotated Rastrigin 関数に関しては，島数によらず，局所解に陥ってしまう試行もある．大域的局所解が多く存在する問題に対しては，実数値 GA 自体の性能，すなわち局所解を抜け出すための強力なアルゴリズムの構築が今後の課題となる．

よって依存関係のない問題に対してはどの手法も有効であり，依存関係のある複雑な問題に対しては，UNDX+MGG の分散実数値 GA が有効であると言える．

4.　結 論

本論文では，近年注目されている実数値 GA，世代交代モデル，および母集団を分割するモデルである分散 GA について検討を行った．その中でも．MGG の分散モデルと染色体のコーディング方法との関係について検討した．これらな計算モデルに対して，5 種類の数学的テスト関数に適用し数値実験を行った結果，以下のようなことが確認された．

- MGG と分散 GA：
  MGG を分散 GA に適用する場合，島数の増加に伴い，不必要な評価計算が増加してしまう問題が挙げられる．そのため良好な分散効果を得ることができない．そこで，島数に応じた交叉回数を調節することで，不必要な評価計算を軽減させることができる．交叉回数が減少すると，生成される

* number of runs in which the algorithm succeeded in finding the global optimum

Table 3.　Summary of results.

Functions (dimensions)	Crossover	1 #OPT	1 AVG	2 #OPT	2 AVG	5 #OPT	5 AVG	10 #OPT	10 AVG
Rastrigin (20dim)	UNDX	17	2,822,700	18	1,478,100	17	666,900	19	472,100
	2X	20	2,888,300	20	1,742,900	20	1,578,700	20	869,300
Griewank (20dim)	UNDX	20	1,857,700	20	1,102,100	20	585,300	20	397,300
	2X	15	3,120,500	11	1,901,100	8	979,900	13	734,500
Rosenbrock (20dim)	UNDX	20	1,275,260	20	952,650	20	1,069,450	19	2,548,850
	2X	0	-	0	-	0	-	0	-
Ridge (20dim)	UNDX	20	784,650	20	530,650	20	381,050	20	375,650
	2X	0	-	0	-	0	-	0	-
Rotated Rastrigin (20dim)	UNDX	19	2,761,500	20	1,423,300	20	708,900	19	524,300
	2X	0	-	0	-	0	-	0	-

子個体が減少し，探索に多様性が失われる可能性が生じるが，それは分散 GA の利点の 1 つである移住操作によって多様性が維持されるものと考える．

- MGG と実数コーディング：
  探索空間のランドスケープを十分に見積もりながら探索を行う実数値 GA と，多様性維持に優れた MGG を組み合わせることは，有効な手段である．母集団分割による分散効果も確認できた．さらに交叉方法として UNDX を用いる場合，設計変数間に依存関係の有無，多峰性／単峰性に関わらず．最適解を得ることができる．

- MGG とビットコーディング：
  設計変数間交叉が主となる探索では，関数の性質によって，その探索性能は大きく異なる．ビット型 GA では，交叉は補助的に用いられている場合が多く，突然変異が探索の主力となっていると報告されている [7]．よって本論文で用いた交叉回数を調整する MGG をビット型 GA に適用することは，良い手段であるとは言えない．MGG の分散モデルに特化した突然変異の実装に関しても調査する必要がある．

- 実数コーディングとビットコーディング：
  複雑な関数に対しては，実数値 GA がビット型 GA と比較して，良好な解探索性能を有していると言える．これは目的関数の形状を考慮した探索と，MGG や分散 GA によって母集団の多様性を維持することは，良好な探索性能を実現させるための重要な手法と言える．特に複数回交叉を行う MGG モデルでは，2 点交叉と比較して UNDX の方が，様々な種類の子個体が生成される可能性があり，探索がより多様性に富んだものになると考えられる．

5.　今後の課題

本論文では，最適解が探索空間のほぼ中央に存在する問題にのみ検討を行った．このため今後は，最適解が設計空間の境界付近に存在する Schwefel 関数や最適解の位置を任意にずらした対象問題に対して，検討を行う必要がある．

しかしながら UNDX を用いた場合，このような最適解が探索空間の境界付近に存在する関数に対しては，その性能を極端に低下させてしまうと報告されている [13]．この問題を解決するアプローチとして，以下の 2 点が考えられる．

- 実数値 GA の性能向上：
  実数値 GA 特有の問題として，探索中に交叉により制約条件を超える遺伝子が生成されることがある．これは最適解が制約条件付近に存在する問題のときほど多く見られる．その制約外遺伝子に対する処理が探索性能に影響を与えると考える．本論文では致死遺伝子として，探索から除外する方法を用いているが，今後，染谷らが提案する TSC

（Toridal Search Space Conversion）[14] などの手法に注目したい．

- 分散 GA に特化した世代交代モデルの検討：
  分散 GA と世代交代モデルがより有効に機能するために，より分散 GA に特化した世代交代モデルを構築する必要がある．本論文では移住に関するパラメータの検討や移住個体の選択方法などについて詳しく検討を行っていないため，これらに関しても注目しなければならない．

出典：
同志社大学理工学研究報告 第 44 巻 第 1 号,
pp. 25-35，2003 年 4 月

問い合わせ先：
同志社大学工学部/ 同志社大学大学院工学研究科
知的システムデザイン研究室
(http://mikilab.doshisha.ac.jp)

参 考 文 献

1) 小野功, 山村雅幸, 喜多一. 実数値 GA とその応用. 人工知能学会誌, Vol. 15, No. 2, pp. 259–266, 3 2000.

2) 佐藤浩, 小野功, 小林重信. 遺伝的アルゴリズムにおける世代交代モデルの提案と評価. 人工知能学会誌, Vol. 12, No. 5, pp. 734–744, 1997.

3) E Cantú-Paz. A survey of parallel genetic algorithms. *Calculateurs Parallčls, Reseaux et Systems Repartis*, Vol. 10, No. 2.

4) Reiko Tanese. Distributed genetic algorithms. *Proc.3rd International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 434–439, 1989.

5) Theodore C.Belding. The Distributed Genetic Algorithm Resvisited. *Proc.6th International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 114–121, 1995.

6) 北野宏明. 遺伝的アルゴリズム, 第 4 巻. 産業図書.

7) L.J Eshleman and J.D Schaffer. Real-Coded Genetic Algorithms and Interval-Schemata. *Foundations of Genetic Algorithms*, Vol. 2, pp. 187–202, 1993.

8) 小野功, 佐藤浩, 小林重信. 単峰性正規分布交叉 UNDX を用いた実数値 GA による関数最適化. 人工知能学会誌, Vol. 14, No. 6, pp. 1146–1155, 1999.

9) 坂和正敏, 田中正博. 遺伝的アルゴリズム, ソフトコンピューティングシリーズ, 第 1 巻. 朝倉書店, 日本ファジイ学会編.

10) D.E Goldberg. Genetic Algorithms in Search,Optimization and Machine Learning. *Addison Wesley*, 1989.

11) J.E Baker. Reducing Bias and Inefficiency in the Selection Algorithm. *Proceedings of the Second International Conference on Genetoc Algorithms*, pp. 14–21, 1987.

12) L.J Eshelman. The CHC Adaptive Search Algorithm:How to Have Safe Search When Engaging in Nontraditional genetic Recombination. *Foundations of Genetic Algorithms*, pp. 265–283, 1990.

13) Yamamura M. Ono, I. and S. Kobayashi. A Robust Real-coded Genetic Algorithm using Unimodal Normal Distribution Crossover Augmented by Uniform Crossover: Effects of self-adaptation of Crossover Probabilities. *in Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference 1999*, pp. 496–503, 1999.

14) 染谷博司, 山村雅幸. 最適解の位置にロバストな実数値 GA を実現する Toridal Search Space Conversion の提案. 人工知能学会誌, Vol. 16, No. 3, pp. 333–343, 2001.