

目的関数空間と設計変数空間における パレート最適解の多様性を維持するアーカイブメカニズム

金美和[†], 廣安 知之^{††}, 三木 光範^{††}

[†] 同志社大学大学院 ^{††} 同志社大学工学部

The Dual-Archive scheme which maintains the diversity of the solutions in the objective space and decision variable space

Mifa KIM[†], Tomoyuki HIROYASU^{††}, and Mitsunori MIKI^{††}

[†] Graduate School of Engineering, Doshisha University

^{††} Knowledge Engineering Dept., Doshisha University

In this paper, Dual-Archive scheme (DA_scheme) for Multi objective Genetic Algorithms is proposed. The DA_scheme is the mechanism to maintain the diversity of the solutions of Multi objective Genetic Algorithms in both objective space and design variable space. When decision makers choose the solution from the Pareto solutions, they use not only the objective value information but also the design variable value information. Therefore, it is very important to maintain the diversity of solutions not only in the objective space but also in the design variable space. Since DA_scheme can be applied to general Multi objective Genetic Algorithms, it is easy to use. DA_scheme has two archives: one of them maintains the diversity of solutions in objective space and the other maintains the diversity in design variable space. The effectiveness of DA_scheme is examined through the test functions where DA_scheme is applied to SPEA2 and NSGA-II. The results showed that SPEA2 with DA_scheme has the same searching ability as SPEA2 and SPEA2 with DA_scheme found the solutions that have higher diversity in the design variable space compared with those of SPEA2. The tendency of the results of NSGA-II is almost the same. From these results, DA_scheme is very effective scheme to derive the Pareto solutions that have the diversity not only in the objective space but also in the design variable space.

1 はじめに

実問題において意思決定を行う場合、一般に複数の目的関数が存在する。しかし、各目的関数は互いにトレードオフの関係にあることが多く、そのような場合は全ての目的関数値を最大(最小)化する解は存在しない。このように、複数の目的関数を同時に考慮しながら最適解を求める問題を多目的最適化問題と呼ぶ。

多目的最適化問題を解決するにはいくつかの段階があるが、その一つにパレート最適解集合を求める段階がある。パレート最適解とはいかなる解にも劣らない解のことであり、意思決定者はパレート最適解を集合として得ることにより、任意の目的関数値の改悪が、他の目的関数値をどれほど改善するかを把握し、選好に合った解を絞り込むことができる。

パレート最適解集合を求める手法に、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithms : GA) を利用した多目的GAがある。GAは複数の個体を用いて探索

を進めるため、一度の探索でパレート最適解集合を求めることが可能である。近年、多目的GAの研究は盛んに行われおり、中でもZizlerらのSPEA2¹⁾と、DebらのNSGA-II²⁾は特に良好な解を得ると報告されている。これらの多目的GA手法では、意思決定者に目的関数間のトレードオフを明示するために、目的関数空間に多様なパレート最適解を求めることが探索目標とされている。しかしながら意思決定の際には、目的関数値だけではなく、その解を構成する設計変数値を考慮した上で選好解を決める場合が多い。よって、設計変数空間における解の多様性を求めることは、より選好に合った意思決定へとつながる。

そこで本論文では、目的関数空間と設計変数空間の両空間において多様な解を保持するための機構としてDual-Archive scheme(DAスキーム)を提案する。DAスキームは、解を保存する2つのアーカイブに、目的関数空間と設計変数空間に多様な解集合をそれぞれ保持させるメカニズムであり、提

案されている様々な多目的 GA の手法に組み込んで利用することが可能である。

本論文では、まず多目的最適化について説明した後、設計変数空間において多様な解を求める必要性について述べる。そして提案する DA スキームを多目的 GA の代表的な手法である SPEA2 と NSGA-II に組み込むことによって、その効果と探索への影響について検討を行う。

2 多目的最適化

2.1 多目的最適化問題

多目的最適化問題 (Multiobjective Optimization problems: MOPs) は、 k 個の目的関数 $\vec{f}(\vec{x})$ を m 個の不等式制約条件のもとで最小化する問題として以下のように定式化される³⁾。

$$\begin{cases} \min & \vec{f}(\vec{x}) = (f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_k(\vec{x}))^T \\ \text{subject to} & \vec{x} \in X = \{\vec{x} \in R^n \\ & | g_i(\vec{x}) \leq 0, (i = 1, \dots, m)\} \end{cases} \quad (1)$$

上式における $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ は n 次元の変数のベクトルであり、目的関数 $\vec{f}(\vec{x})$ と制約条件 $\vec{g}(\vec{x})$ を形成する変数である。また X は実行可能領域を表す。

多目的最適化問題では、目的関数がトレードオフの関係にある場合、全目的関数が最小となる解は存在しない。そのため最適解として、パレート最適解の概念が導入されている。

2.2 パレート最適解

パレート最適解は、多目的最適化問題における解の優越関係により定義される。解の優越関係の定義を以下に示す。ただし全て最小化であるとする。

定義 (優越関係): $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2 \in R^n$ とする。

$f_k(\mathbf{x}^1) \leq f_k(\mathbf{x}^2)$ ($\forall p = 1, \dots, k$) かつ $f_k(\mathbf{x}^1) < f_k(\mathbf{x}^2)$ ($\exists p = 1, \dots, k$) のとき、 \mathbf{x}^1 は \mathbf{x}^2 に優越するという。

次にこの優越関係に基づくパレート最適解の定義について以下に示す。

定義 (パレート最適解): $\mathbf{x}^0 \in R^n$ とする。

\mathbf{x}^0 に優越する $x \in R^n$ が存在しないとき、 \mathbf{x}^0 はパレート最適解である。

一般にパレート最適解は複数存在する。そこで、GA を用いてパレート最適解を集合として求める手法が提案されている。

2.3 多目的遺伝的アルゴリズム

GA は自然界における生物の遺伝と進化をモデル化した最適化手法である⁴⁾。従来の一点探索による手法と異なり GA は多点探索であるため、一度の探索で複数存在するパレート最適解を求めることが可能である。

多目的最適化問題に GA を適用した多目的 GA では、精度が高くかつ目的関数空間に多様なパレート最適解を求めることが探索目標とされている。これらの実現のために、これまでに提案されてきた重要なメカニズムについてまとめる。

a) アーカイブへの保存

アーカイブへのパレート最適解の保存は、近年提案された数多くのアルゴリズムに取り入れられている。この操作は、探索個体群とは別にアーカイブを生成し、探索の各段階における優れた個体をアーカイブに保存することによって実現される^{1, 2, 5, 6, 7)}。

b) 環境選択

アーカイブへ保存する解の選択を環境選択と呼ぶ。アーカイブに保存される個体は一般に適合度の高い個体であるが、非劣解¹⁾の数がアーカイブサイズを超えた場合には、個体の密集度を考慮して解を選択する。この操作によってアーカイブには目的関数空間において多様な非劣解が保存されることになる。解の密集度を考慮した選択手法には、シェアリングを利用する方法⁸⁾、SPEA2 において用いられている Truncation method¹⁾、NSGA-II において用いられている Crowding distance assignment²⁾ などがある。

c) メイティング選択

アーカイブから次世代の探索個体群を選択することをメイティング選択と呼ぶ。SPEA2、NSGA-II などの手法では、アーカイブに保存された適合度の高い個体から探索個体群を生成することによって、探索の高速化を実現している。

d) 適合度割り当て

多目的 GA では目的関数が複数存在するため、単目的 GA のように目的関数値を適合度として適用することはできない。そこで、個体間の優越関係を考慮した適合度割り当て方法が提案されている。代表的な手法には、ランキングを用いた方法⁸⁾ や優劣個体数に基づいた適合度割り当て方法¹⁾、非優越ソート²⁾ などの方法がある。

¹⁾ 一般に多目的 GA の探索段階における、他のどの解にも優越されない解のことを非劣解と呼ぶ。

2.4 設計変数空間に多様な解の必要性

2.3 節で述べたように、近年提案されている多くの多目的 GA には、探索個体群とは別にアーカイブが用意されている。アーカイブに保存される個体群は目的関数空間における解の精度と多様性に基づいて毎世代更新されるため、探索が進むに従い目的関数空間に幅広く分布する個体群が形成されることになる。しかし目的関数空間の多様性のみを求める従来の方法では、目的関数が図 1 に示すような形状をしていた場合に、次のような問題が生じると考えられる。

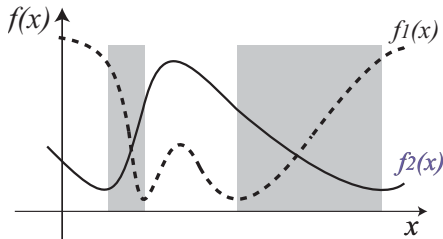


図 1: 各目的関数の形状

図 1 は 2 目的最小化問題における目的関数の形状を示している。よって各関数がトレードオフとなるグレーの領域がパレート最適解領域となり、多目的 GA によって得られたパレート最適解集合は、この 2 つの領域のいずれかに含まれる。

ここで目的関数空間の多様性にのみ着目した多目的 GA では、得られた解集合が複数の領域のうち 1 つに集中する可能性がある。すると対象問題が、図 1 のように設計変数空間においてパレート最適解領域を複数有するという特性を、意思決定者に示すことができない。

また、図 1 に示す 2 つの領域において、目的関数値が同一で設計変数の異なる解を比較したとき、右側の領域に含まれる解の方が、設計変数 x の変位に対する目的関数値の変動が小さいため、設計変数に対するロバスト性の高い解であるといえる。その際、意思決定者はロバスト性を考慮して意思決定を行うことも可能である。これらのことから、設計変数空間における解の分布を提示することは、より意思決定者の選好に合った解選択を促すと考えられる。

そこで本論文では、目的関数空間だけでなく設計変数空間においても多様なパレート最適解を求める手法を提案する。設計変数の多様性を求める方法として、目的関数の一つに多様性の評価を加えることが考えられるが、それは適当ではない。なぜなら設計変数の多様性が他の目的関数とトレードオフの関係にないことや、また本来の目的関数値が劣悪な解が、その新たな目的の評価値によ

て非劣解となり、探索精度が落ちてしまうと考えられることが理由である。

そこで本論文では、目的関数空間と設計変数空間の両空間に多様な解を保持するために、2 つのアーカイブを利用した Dual-Archive scheme (DA スキーム) を提案する。

3 Dual-Archive scheme

3.1 2 つのアーカイブの導入

本論文で提案する DA スキームは、従来のアーカイブとは別に設計変数空間用のアーカイブを導入する枠組みである。DA スキームでは 2 つのアーカイブに目的関数空間と設計変数空間に多様な解集合をそれぞれ保存する。以下、DA スキームの流れを示す。

P_t : 探索個体群

A_t^O : 目的関数空間アーカイブ

A_t^V : 設計変数空間アーカイブ

N_P : 探索個体群サイズ

N_A : アーカイブサイズ

t : 世代数 k : 非劣解の数

Step 1: 初期個体群 P_0 を生成し、空のアーカイブ個体群を A_0^O, A_0^V とする。また $t=0$ とする。

Step 2: P_t に対し交叉、突然変異を行う。

Step 3: P_t, A_t^O, A_t^V における全個体の適合度を割り当て、非劣解集合を求める。

Step 4: 環境選択を行う。

$k = N_A$ の場合: P_t, A_t^O, A_t^V における適合度の優れた個体を用いて A_{t+1}^O, A_{t+1}^V を満たす。

$k > N_A$ の場合: 非劣解集合から、 A_{t+1}^O には目的関数空間の多様性に基づいた選択、 A_{t+1}^V には設計変数空間の多様性に基づいた選択を行い、各アーカイブを満たす。

Step 5: 終了条件が満たされた場合、探索を終了する。

Step 6: メイティング選択を行い、 P_{t+1} を生成する。Step 2 に戻る。

ただし Step 6 のメイティング選択については次節で詳しく述べる。図 2 に DA スキームの概念図を示す。

3.2 DA スキームにおけるメイティング選択

本論文で提案している DA スキームではアーカイブを 2 つ利用するため、メイティング選択の検

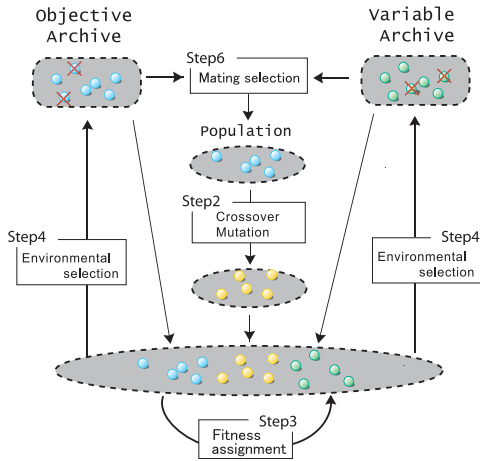


図 2: DA スキームの概念図

討が必要となる。すなわち、探索個体群を生成するアーカイブとして、従来どおり目的関数空間アーカイブを利用するのか、DA スキームで導入された設計変数空間アーカイブを利用するのかの検討である。ただし、非劣個体数がアーカイブサイズを超えない場合には、2つのアーカイブは同一となる。

次章において、以下に示す2つのDA スキームについて数値実験により検討を行う。

- メイティング選択に目的関数空間アーカイブ (Objective Archive:OA) を利用する DA スキーム
- メイティング選択に設計変数空間アーカイブ (Variable Archive:VA) を利用する DA スキーム

4 数値実験

4.1 実験内容

提案する DA スキームは、目的関数空間の多様性と設計変数空間の多様性を同時に維持する手法である。よって目的関数空間における多様性の維持が設計変数の多様性維持につながるような問題や、真のパレート最適解が設計変数空間において集中するような問題では、DA スキームを組み込む基盤となる多目的 GA 手法との性能差が現れにくい。

そこで本実験では、DA スキームの効果について検討するために、Deb の考案した偏重パレートフロント (Biased Pareto-optimal front) を持つ問題 BPF⁹⁾ と、Kursawe の数値実験に使用された KUR¹⁰⁾ をテスト問題として用いた。BPF は変数 x_1 が均一となった場合にパレート最適解が不均一となる特徴を持っており、両空間の多様性がトレー

ドオフの関係にある問題である。また KUR は、パレート最適解が 3 次元の設計変数空間で広く分布するという特徴を持った問題である。本論文ではこの2つの特徴的なテスト問題を採用して議論を進める。各テスト問題の式を表 1 に示す。

表 1: Test problems

| Problem | Functions |
|---------|---|
| BPF | $\min f_1 = 1 - \exp(-4x_1) \sin^6(5\pi x_1)$ $\min f_2 = g \times h$ $g = 1 + 10 \left(\frac{\sum_{i=2}^n x_i}{n-1} \right)^{0.25},$ $h = \begin{cases} 1 - \left(\frac{f_1}{g} \right)^2 & \text{if } f_1 \leq g, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ $x_i \in [0, 1], i = 10$ |
| KUR | $\min f_1 = \sum_{i=1}^{n-1} (-10 \exp(-0.2 \sqrt{(x_i^2 + x_{i+1}^2)}))$ $\min f_2 = \sum_{i=1}^n (x_i ^{0.8} + 5 \sin(x_i)^3)$ $x_i \in [-5, 5], i = 3$ |

本実験では提案する DA スキームのメイティング選択について検討するために、3.2 に示した2つの DA スキームを SPEA2 と NSGA-II に組み込み、表 2 に示すパラメータを用いて 30 回試行の数値実験を行った。

表 2: Parameters

| | |
|--------------------|-------------------------|
| Population size | 100 |
| Maximum generation | 500 |
| Crossover rate | 1.0 |
| Crossover method | One point crossover |
| Chromosome length | 20 × Number of variable |
| Mutation rate | 1/Chromosome length |

4.2 非劣解集合の評価手法

本実験では、各手法で求めた非劣解集合を評価する方法として以下の手法を用いた。

- 設計変数空間における多様性：被覆率¹¹⁾
- 目的関数空間における精度と多様性：サンプリング直線に基づく手法 (Sampling of the Pareto Frontier Lines of Intersection: SLI)¹²⁾

各評価手法について説明する。

4.2.1 被覆率

設計変数空間におけるパレート最適解領域において、解集合が均一に分布しているかを評価する方法として被覆率を用いる。被覆率は各変数のパレート最適解領域を K 分割した場合に、非劣解が存在している小領域の数 k_i より求められる。 n 変数の対象問題における被覆率 C を求める式を、次に示す。

$$C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{K}$$

上記の式より、被覆率が 1.0 に近いほど、解が全領域に求まっていると評価される。本実験では分割数 K を個体群サイズの 100 とした。

4.2.2 サンプル直線に基づく手法 (SLI)

この評価手法は、2つの非劣解集合の精度と多様性を同時に評価する方法である。SLI では、まず非劣解集合が存在する目的関数空間上に一様にサンプリング直線 (図 3 における半直線) を定める。そして各手法で求めた非劣解の到達フロント (図 3 における点線) との交点を求める。各サンプリング直線で交点の優越関係を比較し、全サンプリング直線において優越した割合をその手法の評価値とする。最大優越割合は 100% であり、値が高いほど比較手法よりも精度が高く多様な解を求めていると評価される。

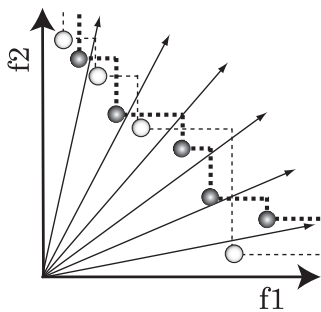


図 3: サンプル直線に基づく手法

4.3 実験結果

4.2 で述べた評価手法を用いて、各 DA スキームを組み込んだ SPEA2 と従来の SPEA2、および各 DA スキームを組み込んだ NSGA-II と従来の NSGA-II の探索結果を評価した。本節ではこれらの実験結果を示す。ただし SPEA2 と NSGA-II に対する DA スキームの効果はほぼ同様であったため、評価結果のグラフは SPEA2 のみを示す。

4.3.1 BPF

図 4 に OA, VA 双方の設計変数空間における被覆率の推移を示す。上段が OA, 下段が VA の推移

を示すグラフである。ただし従来の SPEA2 は VA を持たないため、OA の推移のみを示している。各グラフにおける横軸は世代数、縦軸は 30 回試行の被覆率の中央値である。ただし BPF は、変数 x_1 以外が全て 0 となった場合にパレート最適解が得られる問題であるため、被覆率の計算には変数 x_1 のみを用いた。

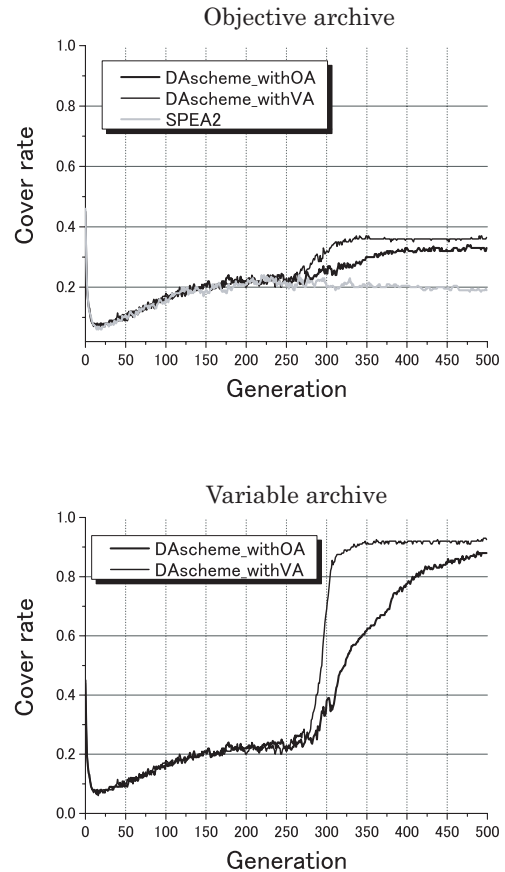


図 4: 設計変数空間における被覆率の推移

図 4 の結果から、DA スキームを組み込んだ SPEA2 は従来の SPEA2 と比較して被覆率が上昇していることが確認できる。このことから、DA スキームを用いた SPEA2 は従来の SPEA2 よりも設計変数空間に多様な非劣解を得ていることが分かる。特にメイティング選択に VA のみを用いている手法は、早い段階において設計変数空間の多様性が上昇している。

次に図 5 に目的関数空間における 30 試行の全非劣解集合の散布図と、SLI による評価結果を示す。上段が OA を用いてメイティング選択を行う DA スキームの結果であり、中段は VA を用いてメイティング選択を行う DA スキームの結果である。下段は従来の SPEA2 の結果である。円グラフは従来の SPEA2 と各 DA スキームを用いた SPEA2

の SLI による比較結果であり，比率の大きい手法ほど優れた非劣解集合を得ているといえる．

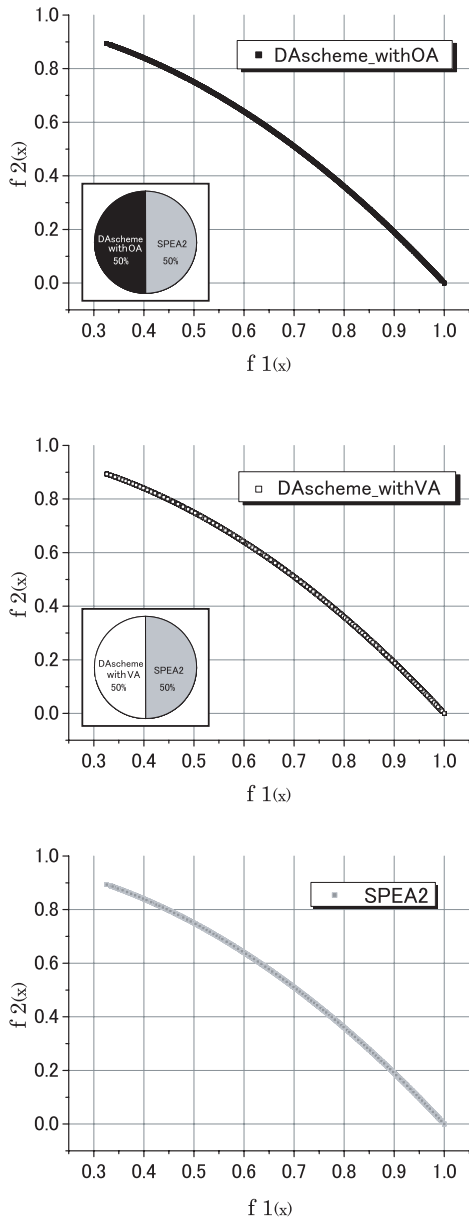


図 5: 非劣解集合の散布図と SLI による評価

図 5 の結果から，どの手法も同等の精度と多様性を示していることが分かる．なおこの実験においては，全ての手法でパレート最適解が得られていた．

表 3 に各 DA スキームを NSGA-II に組み込んだ場合の実験結果を示す．ただし表 3 の a) に示す値は世代数 500 における被覆率の値である．

表 3 から NSGA-II に DA スキームを組み込んだ場合，SPEA2 の場合と比べて被覆率の値は異なるが，各手法の解の傾向は同様であることが確認

表 3: NSGA-II に組み込んだ場合の結果

a) Cover rate

| | Cover rate (Object archive) | Cover rate (Variable archive) |
|-----------------|-----------------------------|-------------------------------|
| DAscheme_withOA | 0.23 | 0.70 |
| DAscheme_withVA | 0.27 | 0.70 |
| NSGA-II | 0.18 | |

b) SLI

| | |
|---------------------------|-----------|
| DAscheme_withOA / NSGA-II | 50% / 50% |
| DAscheme_withVA / NSGA-II | 50% / 50% |

きる．

4.3.2 KUR

図 6 に OA，VA 双方の設計変数空間における被覆率の推移を示す．上段が OA，下段が VA の推移を示すグラフである．各グラフにおける横軸は世代数，縦軸は 30 回試行の被覆率の中央値である．

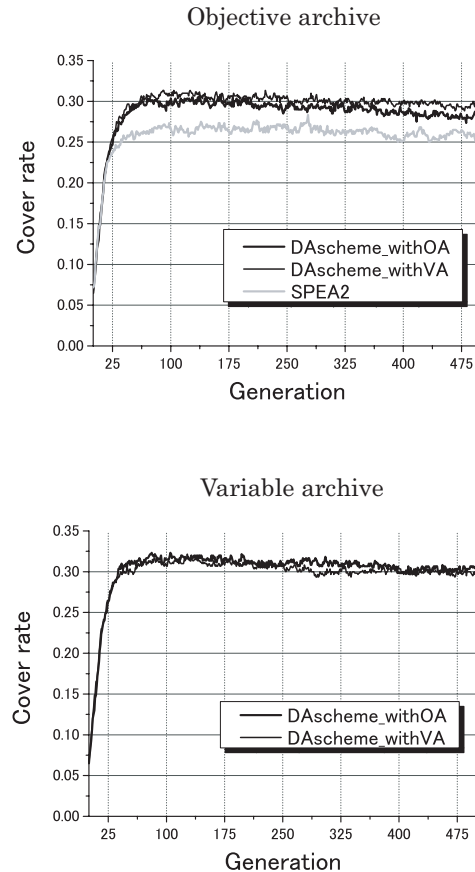


図 6: 設計変数空間における被覆率の推移

図 6 の結果から，DA スキームを適用した SPEA2 は従来の SPEA2 よりも設計変数空間に多

様な非劣解を得ていることが分かる．

次に，図 7 に目的関数空間における 30 試行の全非劣解集合の散布図と，SLI による評価結果を示す．上段が OA を用いてメイツィング選択を行う DA スキームの結果であり，中段は VA を用いてメイツィング選択を行う DA スキームの結果である．下段は従来の SPEA2 の結果である．

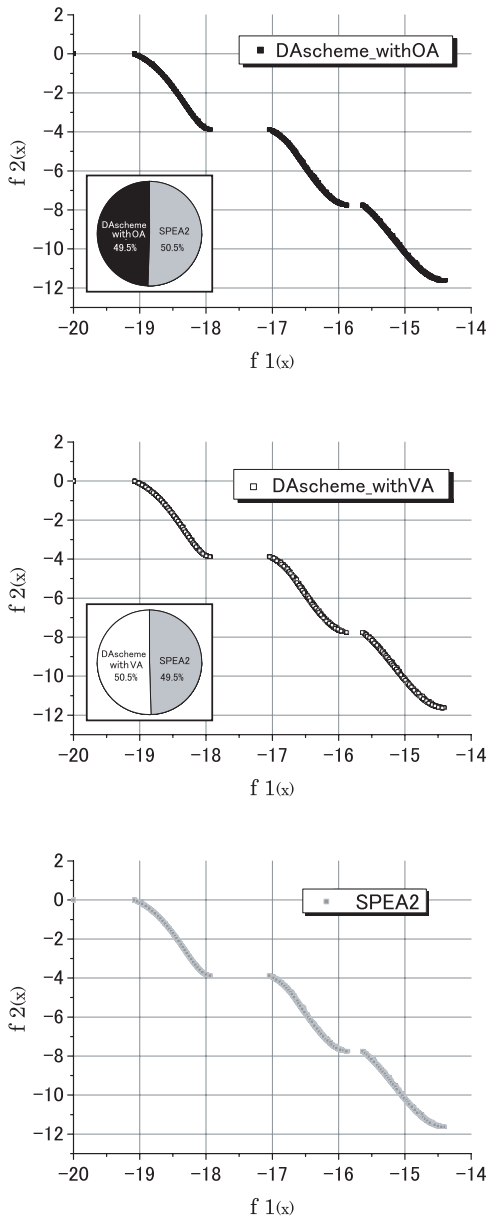


図 7: 非劣解集合の散布図と SLI による評価

図 7 の結果から，どの手法も同等の精度と多様性を示していることが分かる．なおこの実験においても，全ての手法でパレート最適解が得られていた．

表 4 に各 DA スキームを NSGA-II に組み込んだ

場合の実験結果を示す．ただし表 4 の a) に示す値は世代数 500 における被覆率の値である．

表 4: NSGA-II に組み込んだ場合の結果

a) Cover rate

| | Cover rate (Object archive) | Cover rate (Variable archive) |
|-----------------|-----------------------------|-------------------------------|
| DAscheme_withOA | 0.31 | 0.38 |
| DAscheme_withVA | 0.30 | 0.38 |
| NSGA-II | 0.24 | |

b) SLI

| | |
|---------------------------|---------------|
| DAscheme_withOA / NSGA-II | 51.3% / 48.7% |
| DAscheme_withVA / NSGA-II | 51.2% / 48.8% |

表 4 から NSGA-II に DA スキームを組み込んだ場合，各手法の性能差は SPEA2 の場合と同様であることが確認できる．

4.4 実験結果の検証

4.4.1 設計変数空間における多様性の検証

図 4, 図 6 の結果から，DA スキームを適用した SPEA2 は従来の SPEA2 よりも高い被覆率を示していた．特に目的関数空間と設計変数空間の多様性がトレードオフの関係にある BPF においては，DA スキームにおける VA に被覆率の上昇が顕著に現れていた．

そこで設計変数空間における個体の分布を確認するために，BPF における変数 x_1 と目的関数 f_1 の関係図を図 8 に示す．上段は OA を用いてメイツィング選択を行う DA スキームの OA および VA のグラフ，中段は VA を用いてメイツィング選択を行う DA スキームの OA および VA のグラフ，下段は SPEA2 における OA のグラフである．なおいずれも世代数は 500 である．

図 8 において各手法の OA を比較すると，DA スキームを適用した SPEA2 は，従来の SPEA2 よりも x_1 において幅広い値を求めていることが確認できる．なお VA においては，OA と比較してより均一な解を求めている．

4.4.2 目的関数空間における探索精度の検証

図 5, 図 7 の結果から，500 世代ではどの手法もパレート最適解に到達していた．そのため各手法の探索能力を検証するために，探索個体群がパレート最適解に収束していない世代において解精度を比較する必要がある．図 4, 図 6 に示した結果から，被覆率が上昇する前の世代では探索は明らかにパレート最適解に到達していないといえる．

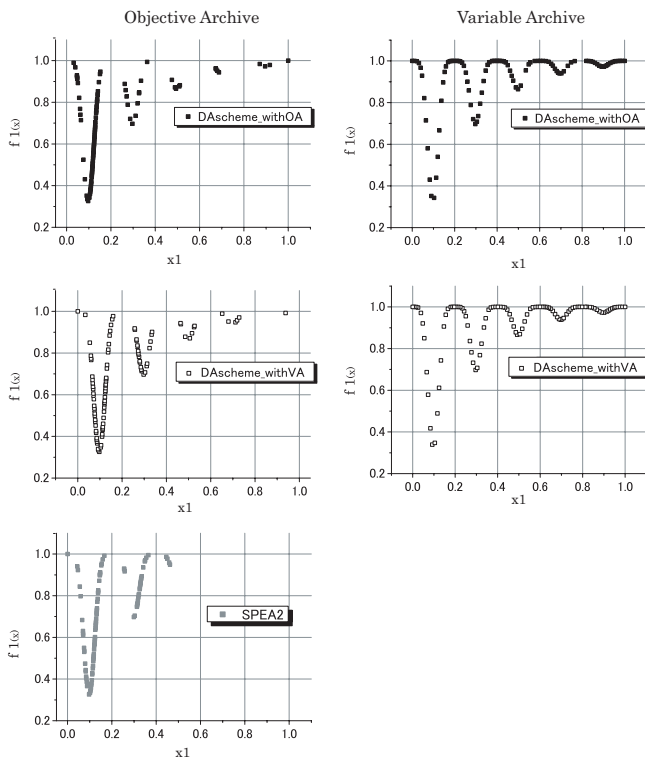


図 8: x_1 と f_1 の関係図 [BPF]

そこで BPF は 250 世代, KUR は 25 世代における解の精度を比較した。

BPF と KUR の目的関数空間における非劣解集合の散布図と, SLI による評価結果を, それぞれ図 9, 図 10 に示す。これらのグラフは 30 試行の全個体をプロットしたものである。

図 9, 図 10 から探索途中の段階においても, DA スキームを適用した SPEA2 は従来の SPEA2 と比較して同等, もしくはそれ以上の精度と多様性を示した。このことから DA スキームを適用しても, 探索性能は劣らないことが確認できた。

4.4.3 メイティング選択

前節の実験結果から, DA スキームを組み込んだ場合に, 探索性能を落とすことなく設計変数空間における解の多様性を維持できることが明らかとなった。また, VA と OA の比較では VA の方が解の多様性の維持の点では, 有利であると考えられる。そのため, DA スキームのメイティングとしては, VA を採用することが適当であると考えられる。

4.5 考察

4.5.1 設計変数アーカイブの有効性

図 8 を見ると, 従来の SPEA2 の結果は設計変数空間における解の分布領域が狭いことが確認で

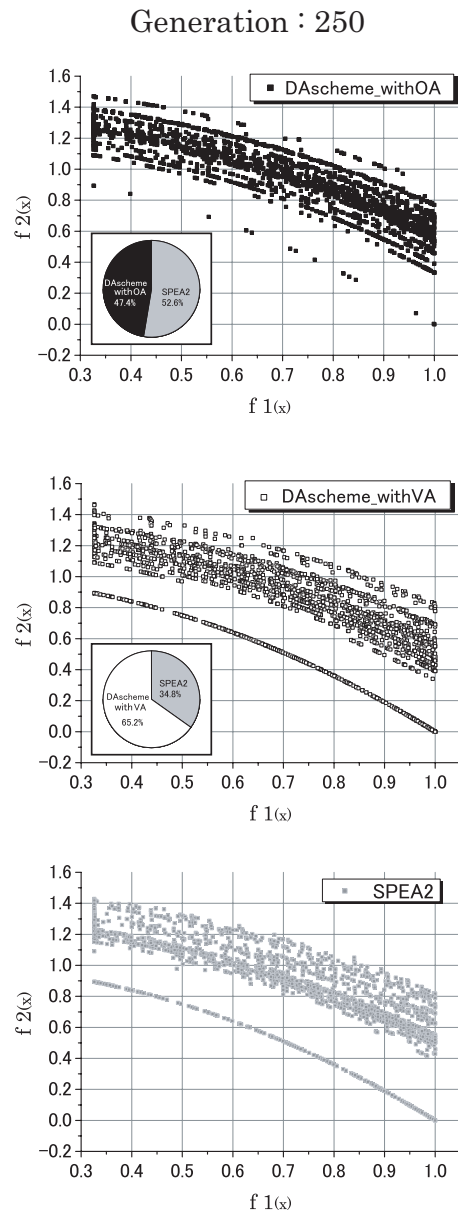


図 9: 非劣解集合の散布図と SLI による評価 [BPF]

きる。これは, BPF には目的関数 f_1 を形成する x_1 の値が複数存在するものの, SPEA2 は目的関数空間の多様性のみに着目しているために, 同じ目的関数値を示す非劣解を淘汰してしまうからである。

一方, DA スキームを用いた場合には, VA に限らず OA においても設計変数空間に幅広い解が得られていた。これは提案する DA スキームでは OA および VA に保存されている解集合を毎世代統合し環境選択を行うため, 一度は OA において淘汰された非劣解も, VA に保持されることにより後の世代において OA に保存される可能性が生じるか

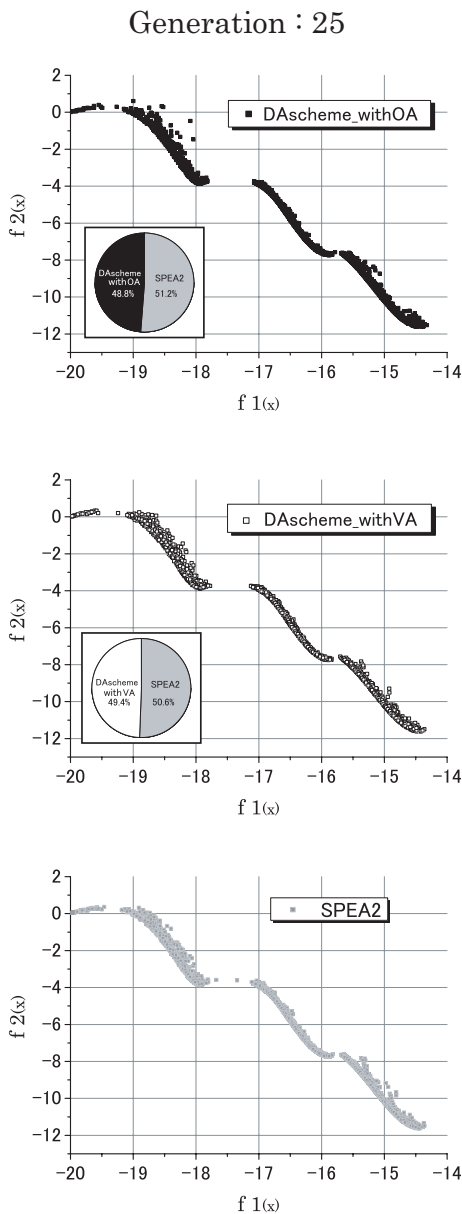


図 10: 非劣解集合の散布図と SLI による評価 [KUR]

らである．このように DA スキームでは VA が存在することによって，OA においても設計変数空間の多様性を得ることができる．

これらのことから，最適化を行う対象問題が異なる設計変数で同一の目的関数値が得られるような問題である場合に，DA スキームは特に有効に働くと考えられる．

4.5.2 探索フェーズの検討

DA スキームでは非劣個体数がアーカイブサイズを超え，各空間の多様性を考慮した解選択が行われた場合に，OA と VA にそれぞれ多様な解が保

存される．そこで非劣個体数と解の多様性の関係を確認するために，各世代における非劣個体数の推移を調べた．結果を図 11 に示す．

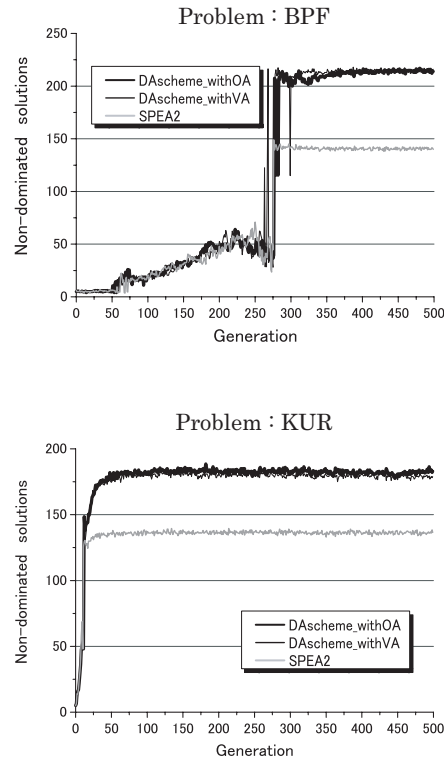


図 11: 非劣個体数の推移

図 11 における非劣解の個体数の推移は，図 4，図 6 における VA を用いてメイトング選択を行う DA スキームの形状と酷似している．このことから，VA を用いてメイトング選択を行う DA スキームは，非劣個体数の増加に伴い，VA における設計変数の多様性が顕著に現れるメカニズムであることが分かる．

一方，非劣個体数が増加しアーカイブサイズを超えているということは，アーカイブに保存された個体を優越する個体が生成されにくくなっていることを意味する．すなわち設計変数空間の多様性の上昇は，解探索が局所解もしくは最適解に収束した後に開始する傾向にあることを示すと考えられる．よって，BPF では 300 世代以前，KUR では 25 世代以前が，パレート最適解に到達するまでのフェーズであり，それ以降はパレート最適解に到達し解の多様性を維持するフェーズであることがわかる．

一般に多目的最適化を行う場合，終了世代数の決定は重要な検討課題であるが，非劣個体数の推移や DA スキームを用いて設計変数空間の多様性を測ることによって，少なくとも必要な世代数を

定める指標になると考えられる。

5 意思決定において設計変数空間に多様な解を保持することの有用性に関する考察

前章において、DA スキームを組み込んだ手法は、設計変数空間において従来手法では得られない解も求められることを確認した。そこで本章では、DA スキームによって得られた解が、意思決定の際にもたらす利点について考察する。

適用する問題は、図 12 に示す片持ちはりの、たわみの量 ρ と、構造の断面積 S の最小化問題である。はりの先端に荷重 P を受けており、断面は図に示すような矩形である。この構造は矩形の内部を切除する工程を想定しており、設計変数は高さ h と矩形の幅 b_1 であるとする。また、この工程には 2 種類の機械が存在するものとし、制御パラメータ x_1 は同一であるものの、切除する幅 b_1 は機械によって変化する。定式化においては x_1 の正負によって機械の種類を区別している。

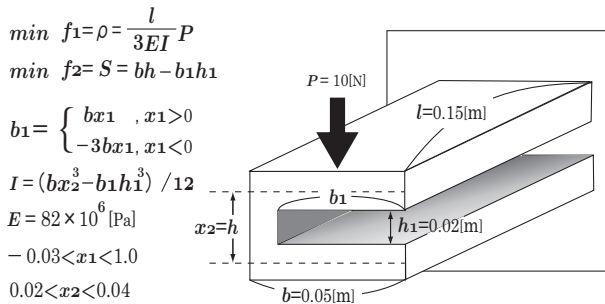


図 12: 対象とする構造物

本実験では、4.4.3 で有効であるとした VA を用いてメイトイング選択を行う DA スキームを組み込んだ SPEA2 と、従来の SPEA2 を用いて数値実験を行う。実験には表 2 のパラメータを用いた。

図 13 に、各手法で得られた非劣解の変数 x_1 と各目的関数の関係を示す。上段が DA スキームを組み込んだ SPEA2、下段が従来の SPEA2 によって得られた非劣解集合である。

ここで図 13 から意思決定を行うことを考える。まず変数 x_1 の境界の値を近似する非劣解は $b = b_1$ となるために、問題の性質上好ましくない解であるといえる。次に x_1 の定義域内の非劣解集合に注目すると、異なる設計変数で同一の目的関数値を示す非劣解が存在するという、問題の性質を把握することができる。そしてこの場合、図においてグレーで示した領域の非劣解の方が、目的関数に対する設計変数 x_1 のロバスト性が高いことが分か

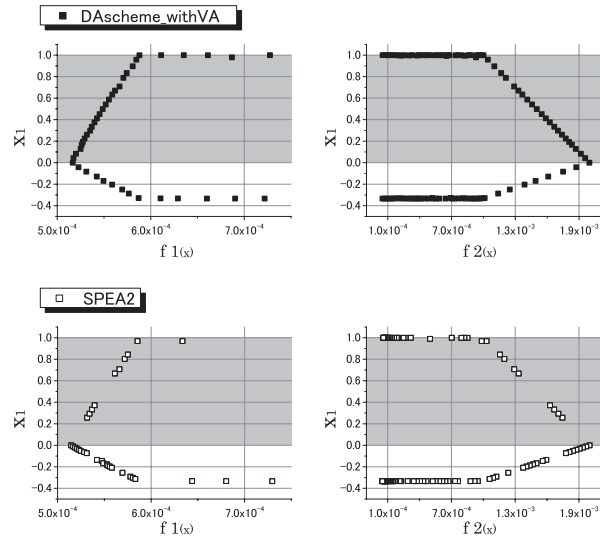


図 13: 変数 x_1 と目的関数の関係

る。よって同一の目的関数値を示すならば、よりロバスト性の高い非劣解を選択する機会が多いと考えられる。このように意思決定の際には、非劣解を構成する設計変数が、実際の使用に適した値であるのかを考慮しながら、選好解を絞り込んでいく。

ところが SPEA2 による x_1 と f_1 の図では、グレー領域において非劣解を十分に求められていない。なぜなら、SPEA2 では同じ目的関数値を示す非劣解同士はいずれかが淘汰されるため、探索点が $-0.33 < x_1 < 0.0$ に存在すると、グレー領域に解を求めることができない。また、SPEA2 では設計変数空間に解の多様性を維持するメカニズムがないことから、解の分布が疎になった場合でも、実際に解が存在しないのか、あるいはアルゴリズムが探索できていないのか区別することが難しい。

一方 DA スキームを用いた場合には、設計変数と目的関数の関係が明確に示されており、問題の性質を把握することが容易である。また、目的関数値が同一であっても設計変数値が異なる非劣解ならばアーカイブに保存されるため、グレーの領域にも均一に非劣解を求められる。

以上のことから、意思決定をする場合には設計変数の特徴を考慮する必要がある、また設計変数空間に多様な非劣解を求めることによって、より意思決定に有効な解を提示できることを示せた。

6 終わりに

本論文では、目的関数空間と設計変数空間における解の多様性を保持する Dual-Archive scheme(DA スキーム) を提案した。DA スキームは目的関数空

間アーカイブと設計変数空間アーカイブを設け、各空間の多様性に基づいて解を選択することにより、両空間に多様な解を保持するという枠組みである。本論文では、DA スキームを代表的な多目的手法である SPEA2 と NSGA-II に組み込み、その有効性について検討を行った。数値実験の結果、DA スキームを用いた手法は従来手法に劣らない探索性能を示し、設計変数空間に多様な非劣解集合を得ることを確認した。また DA スキームにおけるメイトング選択の検討においては、設計変数空間アーカイブに保存された個体群による GA 操作が設計変数の多様性を上昇させることが分かった。一方、DA スキームを用いて得られた解の有用性を示すために、構造物を模倣した問題に対する解探索と意思決定を考察した。その結果、DA スキームは従来手法では求められなかった解も保持し、より意思決定者の選好に合った解を提示できる場合があることが確認された。これらのことから、DA スキームは従来手法をより強固にする有効なスキームであるといえる。

参考文献

- 1) E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele. Spea2: Improving the performance of the strength pareto evolutionary algorithm. In *Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich*, 2001.
- 2) Amrit Pratab Kalyanmoy Deb, Samir Agrawal and T. Meyarivan. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: Nsga-ii. In *KanGAL report 200001, Indian Institute of Technology, Kanpur, India*, 2000.
- 3) 坂和他. ソフト最適化. 朝倉書店, 1995.
- 4) D. E. Goldberg. *Genetic Algorithms in search, optimization and machine learning*. Addison-Wesley, 1989.
- 5) Eckart Zitzler, Kalyanmoy Deb, and Lothar Thiele. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. In *Evolutionary Computation*, Vol. 8(2), pp. 173–195, 2000.
- 6) T. Murata and H. Ishibuchi. Moga: Multi-objective genetic algorithms. In *Proceedings of the 2nd IEEE International Conference on Evolutionary Computing*, pp. 289–294, 1995.
- 7) S. Kobayashi, K. Yoshida, and M. Asada. Generating a set of pareto optimal decision trees by genetic algorithms. *Journal of the Japanese Society for Artificial Intelligence*, Vol. 11, No. 5, pp. 725–732, 1996.
- 8) Jeffrey Horn, Nicholas Nafpliotis, and David E. Goldberg. A niched pareto genetic algorithm for multiobjective optimization. In *In Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation, IEEE World Congress on Computational Intelligence*, Vol. 1, pp. 82–87, 1994.
- 9) K. Deb and T. Meyarivan. Constrained test problems for multi-objective evolutionary optimization. In *KanGAL report 200005, Indian Institute of Technology, Kanpur, India*, 2000.
- 10) Frank Lirsawe. A variant of evolution strategies for vector optimization. In *PPSN I, volume 496 of Lecture Notes in Computer Science*, pp. 193–197, 1991.
- 11) 比屋根. 並列遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化問題のパレート最適解集合の生成法と定量的評価法. 第9回自律分散システムシンポジウム, pp. 295–300, 1997.
- 12) J. D. Knowles and D. W. Corne. Approximating the nondominated front using the pareto archived evolution strategy. Vol. 8, pp. 149–172, 2000.