

遺伝的アルゴリズムを用いた適応的温度スケジュールを持つ並列 SA

輪湖 純也[†], 安藤 景子^{††}, 三木 光範[‡], 廣安 知之[‡]

[†] アクセンチュア株式会社 ^{††} 同志社大学大学院 [‡] 同志社大学工学部

シミュレーテッドアニーリング (SA) は, 広範囲の組合せ最適化問題に有効な汎用近似解法である. 温度と呼ばれるパラメータを用いて, 改悪方向への状態遷移を確率的に受容することにより, 局所解に陥らず大域最適解に到達することが期待される. しかしながら, 緩慢な冷却による膨大な計算コストと, 対象問題に適した温度スケジュールの設定が困難という問題点を有する. そこで本論文では, 並列に実行する SA の温度を遺伝的アルゴリズムによって決定する新たな並列 SA (PSA/AT(GA)) を提案する. 本手法では, 解の推移から解探索に最適な温度を GA を用いて決定することで, 温度スケジュールの自動化が可能となる. PSA/AT(GA) を巡回セールスマン問題とジョブショップスケジューリング問題に適用した結果, 解探索能力の高さ, 解収束の速さを明らかにした.

Parallel Simulated Annealing with Adaptive Temperature Determined by Genetic Algorithm

Jun'ya WAKO[†], Keiko ANDO^{††}, Mitsunori MIKI[‡], Tomoyuki HIROYASU[‡]

[†] Accenture Ltd.

^{††} Graduate School of Engineering, Department of Knowledge Engineering, Doshisha Univ.

[‡] Department of Knowledge Engineering, Doshisha Univ.

Simulated Annealing (SA) is an effective general heuristic method for solving many combinatorial optimization problems. However, SA has two drawbacks. One is the long computational time of the annealings. The other one is the determination of the appropriate temperature schedule in SA. This paper proposes a new parallel SA model (PSA/AT(GA)) which determines the temperature on each process by a Genetic Algorithm. The proposed method enables an adaptive determination of an appropriate temperature schedule. The method is applied to solve many TSPs (Traveling Salesman Problems), and JSPs (Job-shop Scheduling Problems). The experimental results show that the method is very effective and useful.

1 はじめに

近年, 複雑な最適化問題に対する解法として, 遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA)¹⁾ やシミュレーテッドアニーリング (Simulated Annealing: SA)²⁾ などの発見的手法 (ヒューリスティックサーチ) に対する重要性が高まっている.

SA は, 金属の焼きなましと呼ばれる加熱炉内の固体の冷却過程をシミュレートするアルゴリズムに端を発し, 組合せ最適化問題に有効な汎用的近似解法として用いられている. SA の最も大きな特徴は, 温度と呼ばれるパラメータを用いた改悪方向への状態遷移であり, 温度を緩慢に冷却することで良好な解を得ることが可能である³⁾. しかしながら, 緩慢な冷却による膨大な計算コストと, 温度スケジュールを決定するためのパラメータチューニングは, SA が抱える最大の問題点と指摘され, こ

れらを克服するための研究は数多く行われている.

SA の計算コストが高いという問題を克服するために, 近年では SA を並列化するアプローチが目ざされている. それらの結果では計算時間の短縮だけでなく, 解探索能力の向上も報告されている^{3, 4)}. その中でも特に, 温度並列 SA (Temperature Parallel Simulated Annealing: TPSA) は, 並列処理との高い親和性を持ち, 温度スケジュールの設定を自動化する手法として, 多くの対象問題に適用され高い性能を示している^{5, 6)}. しかしながら, TPSA では温度パラメータの初期設定が困難という SA が抱える問題点を依然として抱えており, 高温部による解探索が探索終盤で有効でないという問題点を有する.

この他にも, 温度スケジュールに関する研究も数多く行われており, 温度スケジュールを決定す

るパラメータのチューニング⁷⁾や、冷却した温度を再加熱する方法⁸⁾などが報告されている。なかでも、特定の温度のみの探索で良好な結果が得られることが確認されており^{9, 10)}、対象問題依存であるこの温度を適応的に決定することで、解探索能力を向上させることが可能であると考えられる。しかし、この特定の温度を見つけるためには、多くの実験が必要となる。

そこで、この特定の温度を適応的に見出すメカニズムを考える。このようなメカニズムは一般的に学習と呼ばれる種々の手法を用いることができる。ここではパラメータの適応的なチューニングに適した遺伝的アルゴリズム (GA) を用いる。

GA は生物の進化と自然淘汰を工学的に模倣した最適化アルゴリズムであり、探索空間上の探索点を生物の個体とみなし個体の母集団に対して選択、交叉、突然変異という遺伝的操作を繰り返し適用する¹⁾。このような GA オペレーションを繰り返すことで、複数の個体が個体間の相対評価、つまり個体間が各世代内で相対的に評価を行い、環境により適合した個体を増やし最適解を得ることができる。

そこで本研究では、このような GA の特徴を利用して、温度を解探索中に適応的に変化させる SA として、遺伝的アルゴリズムを用いた適応的溫度調節メカニズムを持つ並列 SA (Parallel SA with Adaptive Temperature determined by GA : PSA/AT(GA)) を提案する。本手法では、温度を個体と捉え、解探索中に温度に対し GA オペレーションを行うことで環境に適合する温度 (良好な探索が可能な特定の温度) を自律的に見つけることを期待する。また、この手法では並列処理を用いているため、計算時間の短縮も期待できる。

なお、並列 SA と GA を組合せた他の手法として、並列 SA による解探索の途中において、複数の解から GA を用いて新しい解を生成し、再び並列 SA を続けるというアルゴリズムがある¹¹⁾。この手法では、並列 SA における複数の解の情報交換を行うメカニズムとして GA を用いている。これに対して、本論文で提案するアルゴリズムでは並列 SA における複数の解の情報交換は行わず、適切な温度スケジュールを見出すために GA を用いている。並列 SA における解同士の情報交換については常に有効とは限らず、そうした場合には並列 SA の温度スケジュールの適応化に大きな利点があると考えられる。

本論文では、まず解探索が良好に行える温度について検証を行う。次に、提案手法である適応的溫度調節メカニズムを持つ並列 SA (PSA/AT(GA)) につ

いて述べる。最後に、PSA/AT(GA) を巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem : TSP) とジョブショップスケジューリング問題 (Job-shop Scheduling Problem : JSP) に適用し、解探索能力と自律的に決定する温度スケジュール、解収束の速さについて検証を行う。

2 温度並列 SA (TPSA)

SA は改悪方向への状態遷移を確率的に認めることによって、理論上は真の最適解に到達することが保証されている³⁾。SA のアルゴリズムは生成処理、受理判定、状態遷移、クーリングの 4 つの処理から構成される。SA の最大の欠点は、温度の緩慢な冷却による膨大な計算コストと、対象問題に適した温度スケジュールの設定が困難であることの 2 点である。

TPSA では、複数のプロセスに異なる温度を与え、各プロセスは一定温度のアニーリングを行う。さらに、ある一定間隔で隣接する温度のプロセス間で確率的に解交換を行う。

図 1 に逐次 SA に用いる温度スケジュールと、TPSA における温度スケジュールを示す。

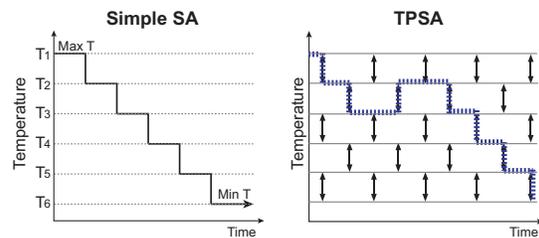


図 1: 逐次 SA と TPSA の温度スケジュール

図に示すように、逐次 SA では高温から徐々に冷却することで解が収束するのに対して、TPSA では解が独自の温度スケジュールを自動決定する。

しかしながら、TPSA においても問題点が存在する。まず、逐次 SA と同様に最高温度と最低温度を対象問題に適した値に設定する必要があり、この決定が不適切である場合、良好な解を得ることはできない。また、高温プロセスでは解が収束しないため、解探索が進行すると高温プロセスでの探索は無駄になる可能性がある。

そのため、自動化された温度スケジュールを持つ新たな手法の開発は現在も待たれている。

3 SA における重要な温度領域

近年の研究において、特定範囲の温度での解探索によって良好な解を得ることが報告されている^{9, 10)}。本論文では、この特定範囲の温度領域を重

要温度領域と呼ぶ．ここでは，この重要温度領域を組合せ最適化問題の代表例である

なお，本論文では TSP の近傍構造として最も基本的な近傍である 2-change 近傍を用いた⁶⁾．また実験で用いる問題は TSP のベンチマーク集である TSPLIB から最適解が既知であり，中程度の規模の問題で，かつ最適解の経路長，経路の概形が多種多様になるような 6 つの問題を選び出した．表 1 に対象とした問題とその最適解を示す．

TSP における重要温度領域の存在を確認するために数値実験を行う．6 つの TSP に対し，高温から低温まで様々な温度で一定温度の SA を実行し，各温度で 20 回試行した後，得られた解の平均値を比較する．その中で最も良好な解を得た温度を重要温度 T_{opt} ，その温度で得られた解から誤差 1% 以内の解を得た温度を重要温度領域 $T_{opt} Range$ とする．本論文では，SA の初期設定パラメータである最高温度と最低温度を次のように決定し，一定温度での SA に用いる各温度は，この最高温度と最低温度の間を等比的に 32 分割した値を割り当てる⁵⁾．

- 最高温度：最大の改悪となる推移を 50% の確率で受理する温度
- 最低温度：最小の改悪となる推移がクーリング周期内で最低 1 回は受理される温度

なお，実験では都市数の 3200 倍の回数の解探索を行う．

eil101 における数値実験の結果を図 2 に示す．図 2 では横軸に温度，縦軸に一定温度 SA で得られた TSP の経路長を示す．Optimum は最適解を示し，Conventional SA は一般的な温度スケジュールを用いた逐次 SA の結果を示す．

図 2 から分かるように，特定の温度範囲による一定温度 SA が良好な結果を示しており，重要温度領域が存在することを確認できる．また，一般的な温度スケジュールを用いた SA より特定の温度範囲による一定温度 SA の方が良好な結果を示しており，重要温度領域での探索が有効的であるといえる．表 1 に各 TSP の T_{opt} と $T_{opt} Range$ を示す．

表 1 から，重要温度 T_{opt} の値やその温度領域の広さは問題に依存していることが分かる．

次に，最高温度，最低温度，重要温度の各一定温度の SA を実行した時の解の動きを比較する．図 3 に eil101 における解探索の履歴を示す．横軸に評価計算回数，縦軸に経路長をとる．

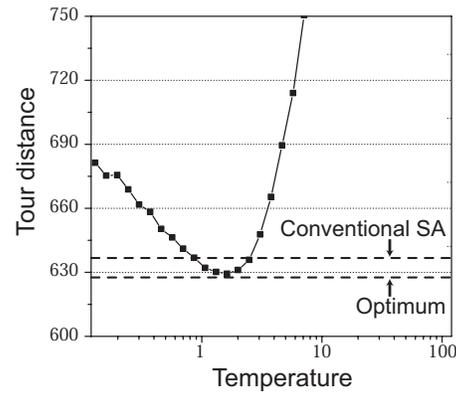


図 2: 一定温度の SA による重要温度領域の確認

表 1: TSP の重要温度領域

TSP	最適解	T_{opt}	$T_{opt} Range$
eil101	629	1.6	1.1~2.5
kroA200	29368	37.7	26.8~52.7
lin318	42029	27.6	19.5~39.0
pr439	107217	64.4	44.3~72.3
rat575	6773	2.3	1.7~3.9
d657	48912	19.0	13.5~26.8

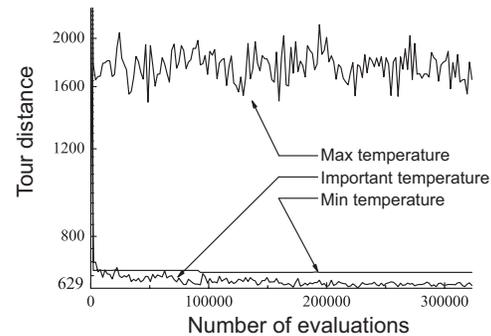


図 3: 高温，低温，重要温度の各一定温度 SA での解の動き

この図から，温度の違いによって解の動き方に大きな差があり，温度と解の動きが関係していることが分かる．まず最高温度での探索では解が収束せず効率的な探索ができない．このことは，最高温度に近い高温でも似たような傾向が見られた．また最低温度での探索では，解がほとんど変化せず局所解に陥っていることが分かる．これに対し，重要温度での探索は解が局所解に陥ることなく，探索が収束していることが分かる．

これらの結果から分かるように，対象問題ごとに重要温度領域を特定することができれば，その

温度で集中的に解探索を行うことにより，良好な解を得ることができる．このような考えを基本として，次に示す新しい適応的な温度調節を行う並列 SA を提案する．

4 適応的な温度調節を行う並列 SA

並列に実行する SA の温度を遺伝的アルゴリズム (GA) を用いて決定するメカニズムを組み込んだ並列 SA として，適応的な温度調節メカニズムを持つ並列 SA (Parallel SA with Adaptive Temperature determined by GA : PSA/AT(GA)) を提案する．

PSA/AT(GA) では，複数のプロセスが同時に SA を実行する．それぞれのプロセスには異なる初期解と温度が割り当てられており，一定周期ごとに同期をとり，全てのプロセスの温度に対して GA オペレータを適用する．各プロセスでは，温度を設計変数とし，GA における個体を温度と捉え適合度を計算する．前述した TSP の場合，TSP の経路長を基に適合度を計算する．経路長が短いとその時の温度の適合度が高くなり，この温度が次世代にも生き残る．逆に，経路長が長いとその時の温度の適合度が低くなり，この温度は淘汰され次世代に生き残らない．このよう操作を繰り返すことで解探索が進むとともに温度が重要温度領域へ収束すると考えられる．

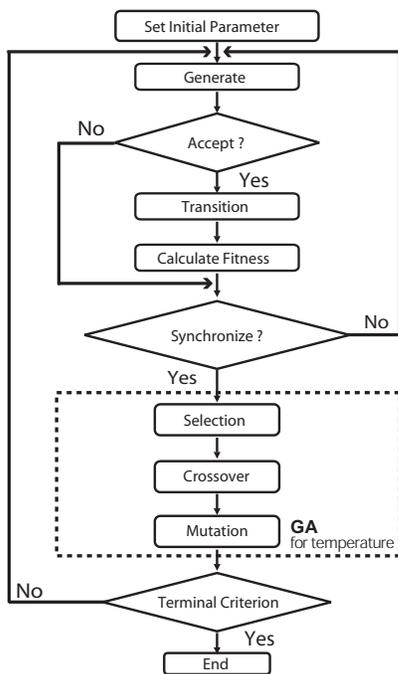


図 4: PSA/AT(GA) のアルゴリズム

PSA/AT(GA) のアルゴリズムを図 4 に示す．

解の生成，受理判定，状態遷移：

解生成 (Generate) では，現状態から近傍範囲内の次状態を生成する処理を行う．受理 (Accept) 判定では，その次状態へ遷移するかを Metropolis 基準を用いて判定し，受理された場合は解遷移 (Transition)，非受理の場合は新たな次状態を生成する．これらの処理は通常の SA と同じである．

適合度の計算 (Calculate Fitness) :

適合度 (Fitness) は，解のエネルギー値とは別に，解探索による解の動きから計算される値である．図 3 で示したように，SA では解の動きと温度に密接な関係があるため，重要温度の特徴である解品質が良好な領域で解がよく動いているプロセスほど，適合度が高くなるようにする．具体的には，全プロセスに同一の基準値 (Baseline) を設定し，各プロセスごとに受理された解が基準値より良好なエネルギーで遷移した場合，解のエネルギー値と基準値の差を一定周期の間加算して値を算出する．式 (1) に，適合度の計算式を示す．ここで， n は同期周期を表し，基準値の値としては，同期周期毎に全プロセスのエネルギーの平均値を用いる．

$$Fitness = \sum_{k=1}^n (Baseline - Energy_k) \quad (if \quad Energy_k < Baseline) \quad (1)$$

PSA/AT(GA) では，この適合度の値を用いて温度の選択を行う．

GA による温度決定 (GA for temperature) :

PSA/AT(GA) では，各 SA プロセスが持つ温度を設計変数として GA を適用する．ただし，温度範囲は非常に大きいため次式を用いて温度の対数 X を設計変数として用いる．例えば，最低温度を 10^{-2} ，最高温度を 10^6 とした場合， X は $[-2, 6]$ の間で設定されることになる．

$$X = \log_{10} T \quad (2)$$

GA では，従来コード化，交叉の方法として，バイナリコーディングまたはグレイコーディング用いられ，これらのコーディングの下での一点交叉，二点交叉，一樣交叉を用いる方法が伝統的に採用されてきた．しかし，近年実数ベクトルをコード化として用いたいくつかの GA が提案されてきておりバイナリコーディング，グレイコーディングを用いた時よりも性能が上がったと報告されている (12, 13) ．

そこで，本論文では $BLX-\alpha$ (12) を用いた実数値 GA により温度パラメータの最適化を行うことを考える．図 5 に示すように， $BLX-\alpha$ は両親 ($p1, p2$)

の区間 d を両側に αd だけ拡張した区間から一様乱数に従ってランダムに子個体を生成する．図の横軸は温度，縦軸は生成確率である．なお本論文では，Eshelman らが用いている $\alpha = 0.5$ を使用する．

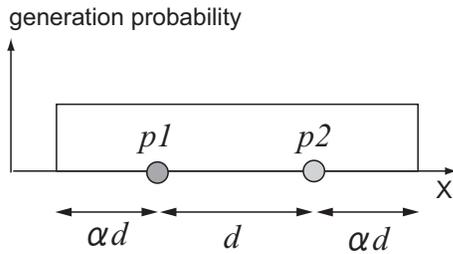


図 5: BLX- α

本研究で用いる GA の詳細は次の通りである．各プロセスの温度の初期値は，最高温度と最低温度を設定し，それらの間の値をランダムに設定する．そして，一定周期の解探索で計算した適合度から，適合度の高い個体を選択 (Selection) する．本研究では，選択圧を低くし個体に多様性が保たれるよう選択方法にトーナメント選択を用い，予備実験よりトーナメントサイズを 2 とした．

次に選択された各個体に対して，BLX- α による交叉 (Crossover) を行う．なお，交叉には，式 (2) で示すように，各プロセスの温度 T を対数に変換した値 X を用いる．こうすることで，SA の指数型アニーリングに対応した交叉を行うことができる．

その後，突然変異 (Mutation) を行う．本論文では，子個体を中心に正規分布を描いて子個体付近に突然変異個体を発生させる．これにより，良好な子個体 (温度) 付近に突然変異個体 (温度) を発生させることができる．具体的には，平均 μ を子個体の温度，分散 σ を $\beta \cdot d$ と定義する．ここで， $d = X_{MaxT} - X_{MinT}$ ， $0 < \beta < 1$ である． X_{MaxT} (X_{MinT}) は，式 (2) を用いて最高温度 (最低温度) を対数に変換した値である．なお本論文では，予備実験の結果より $\beta = 0.05$ とする．

本論文で用いるその他の GA のパラメータは，次の表 2 に示す値を用いる．

なお，個体数は用いるプロセス数と同数にするため 32 としたが，16 プロセスで実験を行う場合は 16 としてもよく，用いるプロセス数に合わせて設定する．また，交叉率は 0.6 程度の値を用いるのが一般的であるが，交叉法に BLX- α を用いているため，予備実験より解の多様性が失われる傾向があった．そのため，一般的な値より少し低い値

0.3 を用いた．突然変異率については，全個体の内 1 個体が突然変異することが妥当であろうと考え，突然変異率を $1/32$ とし，突然変異法は子個体と全く異なる個体が生成されにくくするよう，一般的である子個体を中心とした正規分布を用いた．

表 2: PSA/AT(GA) の GA パラメータ

Parameter	Value
個体数 (プロセス数)	32
選択方法	トーナメント選択
トーナメントサイズ	2
交叉方法	BLX- α
α 値	0.5
交叉率	0.3
突然変異方法	子個体を中心とした正規分布
β 値	0.05
突然変異率	0.03125(1/32)

5 TSP に対する数値実験

5.1 実験概要と評価方法

提案手法の有効性を検証するために，提案手法である PSA/AT(GA)，温度並列 SA (TPSA)，並列 SA (Parallel SA:PSA) を TSP に適用し，解探索能力および解収束の速さの比較を行う．PSA は，逐次 SA を互いに独立に実行する最も単純な並列化手法である．各並列 SA のパラメータに関して，最高温度と最低温度は 3 節での決定法を用い，他のパラメータは表 3 に示す．

表 3: TSP に用いる各並列 SA のパラメータ

Parameter	Value
同期周期	都市数の 20 倍
1 プロセスの評価計算回数	同期周期の 160 倍
プロセス数	32
試行回数	50

解探索能力に関しては，最適解からの誤差率 (Error ratio)(%) を用いて評価する．誤差率は，次の式 (3) を用いて計算される．ここで， f_{avg} は 50 回試行の解の平均値， f_{opt} は最適解である．

$$Error\ Ratio \equiv (f_{avg}/f_{opt} - 1) \cdot 100 \quad (3)$$

これは，TSP に対するアルゴリズムの評価においては一般的に用いられるものであり，この数字が小さいほど最適解に近いといえる．

一方，解収束の速さに関しては，ある誤差率の解に到達するまでにかかった評価計算回数によ

て評価する．この評価計算回数の値が小さいほど，解収束が速いといえる．

5.2 実験結果

提案手法である PSA/AT(GA)，TPSA および PSA の解探索能力，解収束の速さおよび温度スケジュールを比較し，PSA/AT(GA) の有効性を検証する．

5.2.1 解探索能力に関する結果

まず，解探索能力に関する実験結果を図 6 に示す．図の横軸は対象問題を示し，縦軸は誤差率 (%) を示している．この図から，PSA/AT(GA) は全ての問題において TPSA より明らかに良好であり，PSA とほぼ同等の解探索能力を有することが分かる．また，問題が持つ特徴と解探索に明白な関係が見られなかった．今後，これについては調べる必要がある．

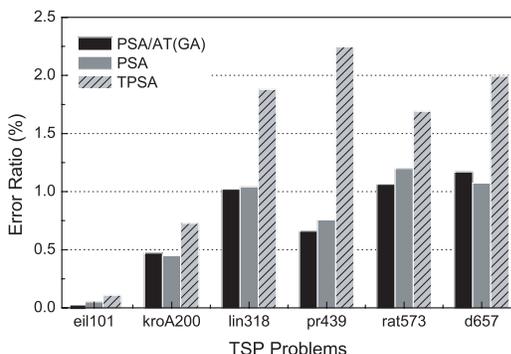


図 6: TSP における解の誤差率の比較

5.2.2 解収束の速さに関する結果

次に，解収束の速さに関する実験結果として，最良エネルギー値の履歴を示す．本実験では，表 1 に示す 6 つのテスト問題に対し実験を行ったが，どのテスト問題とも同じ傾向の結果が得られたため，kroA200 および pr439 の結果を代表例として示す．

kroA200 に関しては図 7 に，pr439 に関しては図 8 に示す．図の横軸は評価計算回数，縦軸は誤差率 (%) を示している．なお，結果は 50 回試行の平均値をプロットしている．

これらの図から，PSA では与えた温度スケジュールにおける最終段階，すなわち最低温度に達した時にはじめて良好な解を得ることができるが，PSA/AT(GA) では探索の早い段階から比較的良好な解が得られていることが分かる．

一方，PSA/AT(GA) と TPSA を比較した場合，探索前半での両手法の解収束の速度はほぼ同等で

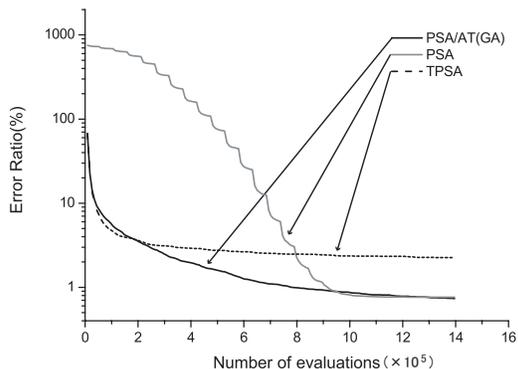


図 7: 解収束の速さの比較 (kroA200)

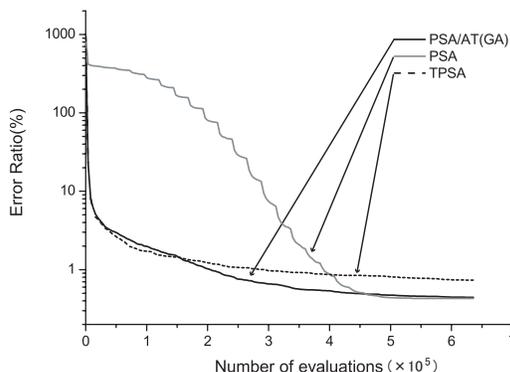


図 8: 解収束の速さの比較 (pr439)

あるが，探索後半では明らかに PSA/AT(GA) の解探索能力が優れていることが分かる．

すなわち，PSA/AT(GA) では，探索前半においても TPSA と同様に比較的良好な解を得ることができ，また探索が進めば PSA と同様に精度の高い解を得ることができる，両手法の長所をあわせ持つ手法であることが分かる．

さらに，PSA/AT(GA) では PSA と異なり，探索終了という概念がなく，探索を進めることでより精度の高い解を得ることもできる．PSA ではそれ以上探索を進めても温度が下がりすぎているため良好な解を得ることはできない．

5.2.3 温度スケジュールに関する検討

さらに，PSA/AT(GA) と TPSA の温度スケジュールを検証する．図 9 に，PSA/AT(GA) と TPSA を 3 つの TSP に適用した時の温度スケジュールを示す．図の横軸は評価計算回数，縦軸は温度であり，図を見やすくするため 32 プロセスの温度スケジュールから 4 例を選び，図に示している．他の問題の温度スケジュールも同様の変化を示しており，全ての問題で PSA/AT(GA) はある一定

の温度に収束しているといえる．次に，この収束した温度が，重要温度と一致しているか検証する．図 9 の eil101 の結果から，最終的に最も良い解が得られたプロセスの温度変化だけを取り出すと図 10 のようになる．

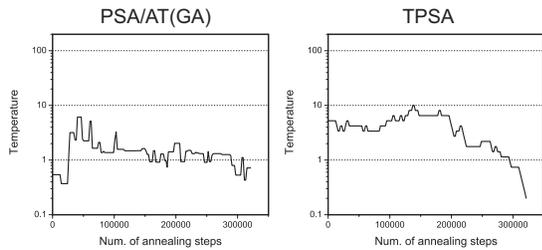


図 10: eil101 における最良解の温度スケジュール

これらの図より PSA/AT(GA) は解探索が進むとともに，全ての解の温度が特定の温度領域に収束していることが分かる．一方，TPSA は確率的な解交換によって，それぞれの解がたどる温度スケジュールは大きく異なる．表 1 に示す重要温度領域と図 9 を検証すると，PSA/AT(GA) の収束する温度と重要温度領域がほぼ一致していることが分かる．

このことから，PSA/AT(GA) が高い探索能力を持つのは，ほぼ全ての解が重要温度領域で探索を行うことにより，解品質の良好な範囲で解推移が継続するためであると考えられる．

5.2.4 並列化効率に関する検討

PSA/AT(GA) が他の手法 (PSA, TPSA) より良好な解探索性能を示すことは前節で述べた．PSA は逐次 SA を並列数分，完全独立に実行する並列化手法であるため，並列数が増減するという事は，試行回数が増減と同じことを意味する．そのため，並列数の増減に対して影響を受けにくい手法であるといえる．それに対し，PSA/AT(GA) および TPSA はプロセス間で通信を行い，これにより温度を適応的に求めていく手法である．そのため，増減に対して影響を大きく受けると考えられる．よって，ここでは PSA/AT(GA) および TPSA の並列化効率について検証を行う．

本実験では，表 1 に示す 6 つのテスト問題に対し実験を行ったが，どのテスト問題とも同じ傾向の結果が得られたため，kroA200 および pr439 の結果を代表例として示す．図 11 に kroA200 の結果を，図 12 に pr439 の結果を示す．図の横軸はプロセッサ数を示し，縦軸は誤差率 (%) を示している．

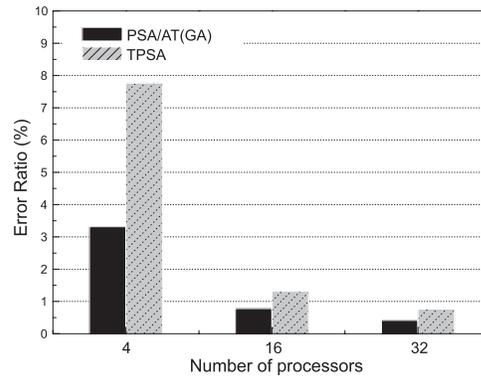


図 11: kroA200 における並列化効率

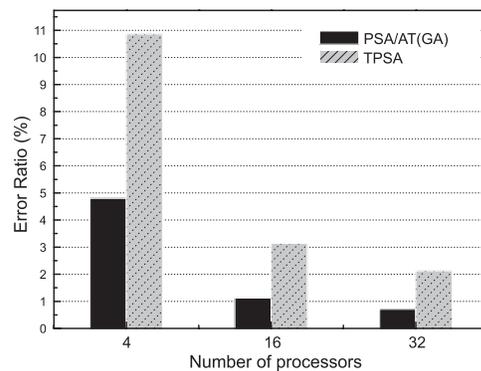


図 12: pr439 における並列化効率

これらの図の並列数と解精度との関係を見ると，kroA200 および pr439 とともに並列数が減少した場合，TPSA は PSA/AT(GA) より解精度が悪化する比率が大きくなっていることが分かる．このことより，PSA/AT(GA) は並列性という観点からも TPSA より優れているといえる．

次に，なぜ PSA/AT(GA) は TPSA より並列化効率に優れているか検証する．これらの手法に並列化効率の差が生じる要因として，温度スケジュールが挙げられる．TPSA は最高温度と最低温度を決め，その間を等比的に割り当てることで温度を決定する．また，その温度は，通信によりプロセス間で温度の交換は行わすが，その温度の種類は固定である．そのため，並列数が少なくなると温度の割り当てが疎になり，温度交換により適応的に温度を変化させても，探索に効果的である重要温度付近の温度が取得できなくなる可能性が高くなる．その結果，重要温度付近の温度で探索が行えなくなるため，解精度が悪くなると考えられる．

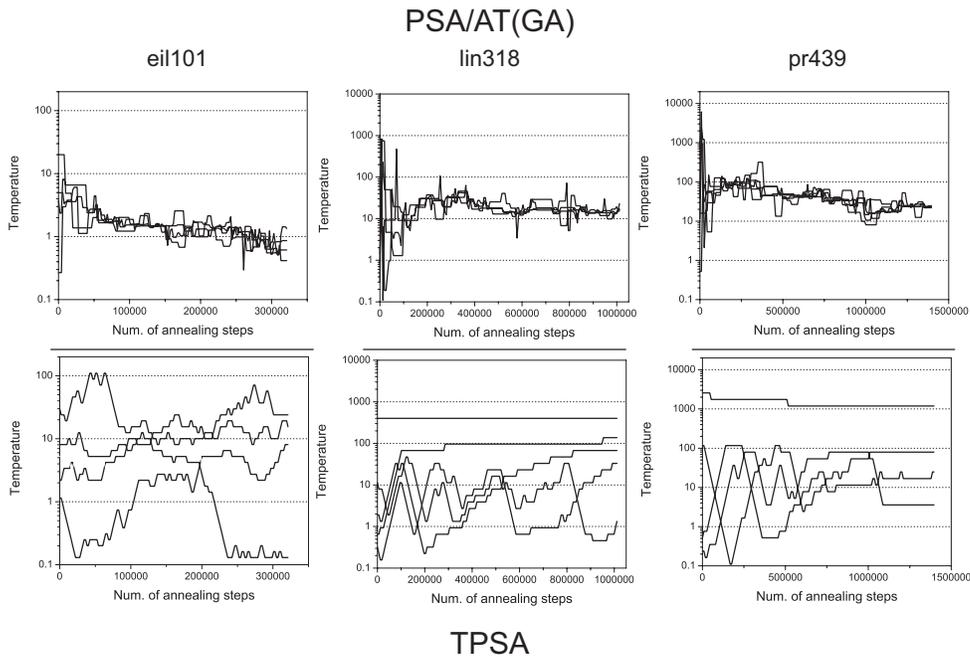


図 9: TSP における解の温度スケジュール (32 プロセス中の 4 プロセス)

それに対し, PSA/AT(GA) は TPSA のように決まった温度の中で適応的に温度を変化させるのではなく, GA オペレータを用い探索に有効である温度を自律的に求めることができる. GA 操作を繰り返すことにより, 探索に有効な温度が生き残り, 有効でない温度は淘汰され, 探索が進むと各プロセスの温度が重要温度付近に収束する. その結果, 重要度付近での探索が十分に行え, 解精度が良くなったと考えられる.

6 PSA/AT(GA) のジョブショップスケジューリング問題への応用

具体的な組合せ問題としては, 前述した巡回セールスマン問題 (TSP), ジョブショップスケジューリング問題 (JSP), グラフ分割問題 (GPP) および N クイーン問題 (NQP) などがある. GPP および NQP はいくつかの条件を満たす数多くの許容状態のどれか 1 つを見つけ出す制約充足問題であり, 比較的解くのが容易とされている問題である. それに対し, TSP および JSP は目的関数を最小にする極めて限られた組合せを求める最適化問題であり, 厳密解を求めるのが極めて困難であるといえる^{3, 14)}. TSP に対する有効性はすでに前章で示した. 本章では, JSP に対して, 提案手法である PSA/AT(GA) の有効性を検討する.

6.1 JSP における重要温度領域

SA を JSP に適用した場合, JSP に対しても重要温度領域が存在することを明らかにする. ここで, JSP の次状態生成には, クリティカルブロック近傍 (CB 近傍)¹⁵⁾ を用いる. CB 近傍により生成された次状態のいくつかは, 実行可能ではない. そこで, ここでは GT 法¹⁶⁾ により実行可能解への修正を加えている.

JSP の問題の種類, 規模が異なる代表的な 6 つのベンチマーク問題¹⁷⁾ に対して, TSP の場合と同様の実験を行ったところ, JSP についても重要温度領域の存在を確認することができた. 表 4 に対象とした問題とその最適解および T_{opt} と $T_{opt} Range$ を示す.

表 4: JSP の重要温度領域

JSP	最適解	T_{opt}	$T_{opt} Range$
FT10	930	7.5	5.8~14
FT20	1165	5.2	3.1~9.7
ORB1	1059	9.7	7.5~14
ORB3	1005	9.7	7.5~16
LA21	1046	5.2	3.5~13
LA40	1222	6.6	2.7~13

6.2 JSP に対する数値実験

JSP についても提案手法の有効性を検証するために、PSA/AT(GA), TPSA および PSA を JSP に適用し、解探索能力、解収束の速さおよび温度スケジュールを比較し、PSA/AT(GA) の有効性を検証する。

最高温度と最低温度については 3 節での決定法を用い、他のパラメータは以下の表 5 に示す。

表 5: JSP に用いる各並列 SA のパラメータ

Parameter	Value
同期周期	1000
1 プロセスの評価計算回数	32000
プロセス数	32
試行回数	50

6.2.1 解探索能力に関する結果

JSP における解探索能力に関する実験結果を示す。図 13 に各手法での 50 回試行の平均値と最適解との誤差率 (%) を示す。図の横軸は対象問題を示し、縦軸は誤差率を示している。

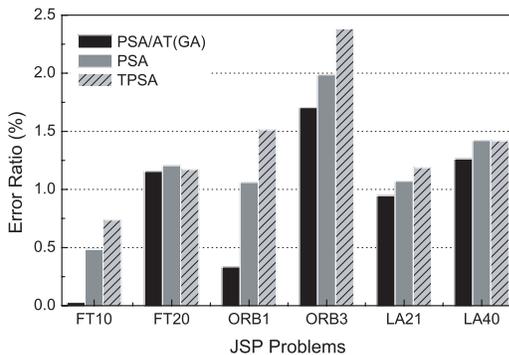


図 13: JSP における解の誤差率の比較

この図より、多くの問題において PSA/AT(GA) が TPSA および PSA より良好な解を得ており、JSP についても提案手法は高い解探索能力を示すことが分かる。また、問題が持つ特徴と解探索に明白な関係が見られなかった。今後、これについては調べる必要がある。

6.2.2 解収束の速さに関する結果

次に、解収束の速さに関する実験結果として、最良エネルギー値の履歴を示す。本実験では、表 4 に示す 6 つのテスト問題に対し実験を行ったが、どのテスト問題とも同じ傾向の結果が得られたため、ft10 および obr1 の結果を代表例として示す。

ft10 に関しては図 14 に、obr1 に関しては図 15 に示す。図の横軸は評価計算回数、縦軸は誤差率 (%) を示している。なお、結果は 50 回試行の平均値をプロットしている。

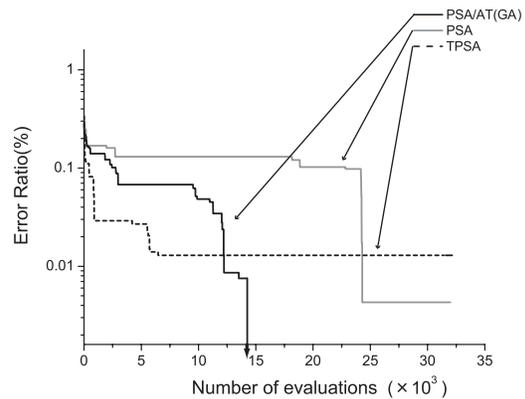


図 14: 解収束の速さの比較 (ft10)

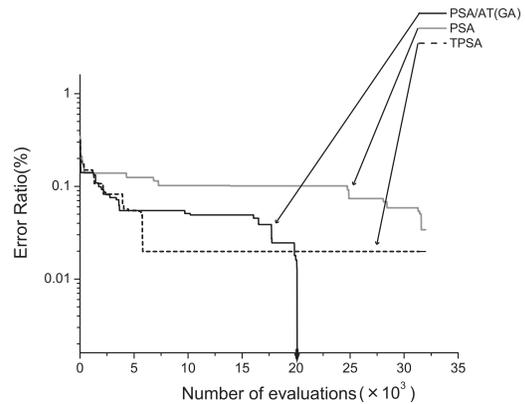


図 15: 解収束の速さの比較 (obr1)

これらの図から、PSA/AT(GA)、PSA および TPSA を比較した場合、探索前半では 3 つの手法の解収束の速度はほぼ同等であるが、探索中盤から後半では PSA/AT(GA) の解探索能力が優れていることが分かる。

6.2.3 温度スケジュールに関する検討

PSA/AT(GA) と TPSA の温度スケジュールを検証する。図 16 に適用した JSP の問題の中から代表的な 3 つの温度スケジュールを示す。図の横軸は評価計算回数、縦軸は温度であり、各プロセスの温度スケジュールから 4 例を選び、図に示している。

図 16 より、全ての問題で PSA/AT(GA) はある一定の温度に収束していることが分かる。次に、こ

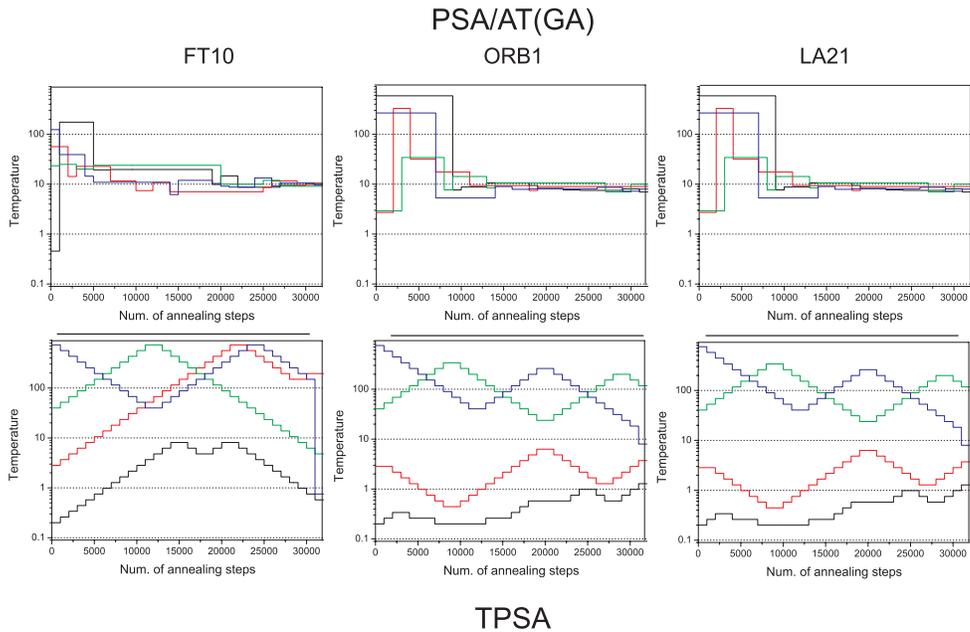


図 16: JSP における解の温度スケジュール (32 プロセス中の 4 プロセス)

の収束した温度が、重要温度と一致しているか検証する。

図 16 の FT10 の結果から、最終的に最も良い解が得られたプロセスの温度変化だけを取り出すと図 17 のようになる。図の横軸に評価計算回数、縦軸に温度をとる。

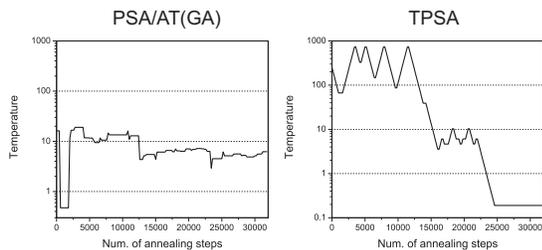


図 17: FT10 における最良解の温度スケジュール

この図から、PSA/AT(GA) では TSP の場合と同様、解探索が進むとともに、温度が特定の温度領域に収束することが分かる。表 4 に示す重要温度領域と図 17 を検証すると、PSA/AT(GA) の収束する温度と重要温度領域がほぼ一致していることが分かる。

7 結論

本論文では SA における重要温度領域の存在を巡回セールスマン問題 (TSP)、ジョブショップスケジューリング問題 (JSP) において確認し、その

値や範囲は各問題に依存することが分かった。そこで、遺伝的アルゴリズムを用いて並列 SA の各プロセスの温度を適応的に決定する手法、Parallel SA with Adaptive Temperature determined by GA(PSA/AT(GA)) を提案した。提案手法では、温度に遺伝的操作を適用し、解探索に最適な温度スケジュールが自動的に決定される。

この PSA/AT(GA) を TSP, JSP を用いて性能比較を行った結果、得られた結論は以下の通りである。

1. PSA/AT(GA) は、TPSA よりも高い解探索能力を持つことが分かった。
2. PSA/AT(GA) の重要温度領域に収束する温度スケジュールの方が TPSA の温度スケジュールよりも解探索能力に効果的であることが分かった。
3. PSA/AT(GA) と PSA を TSP に適用した場合、同程度の解探索能力を持つことが分かった。
4. PSA/AT(GA) と PSA を JSP に適用した場合、PSA/AT(GA) はより高い解探索能力を持つことが分かった。
5. PSA/AT(GA) は PSA より解収束速度が早く、探索の早い段階で良好な解が得られることが分かった。

なお、今後の課題としては、SA/AT(GA) をより実用的な組合せ最適化問題に適用することが挙げられ、その有効性を検証する必要がある。

参考文献

- 1) D.E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
- 2) Gelett Jr. C.D. Vecchi M.P Kirkpatrick, S. Optimization by simulated annealing. *Science*, Vol. 220, No. 4598, pp. 671–680, 1983.
- 3) E. Aarts and J. Korst. *Simulated Annealing and Boltzmann Machines*. John Wiley & Sons, 1989.
- 4) Daniel R. Greening. Parallel simulated annealing techniques. *Physica D*, Vol. 42, pp. 293–306, 1990.
- 5) 小西健三, 瀧和男, 木村宏一. 温度並列シミュレートッドアニーリング法とその評価. 情報処理学会論文誌, Vol. 36, No. 4, pp. 797–807, 1995.
- 6) 小西健三, 屋敷正史, 瀧和男. 温度並列シミュレートッドアニーリング法の巡回セールスマン問題への適用と実験的解析. 電子情報通信学会論文誌, Vol. J80-D-I, No. 2, pp. 127–136, 1997.
- 7) Steve R. White. Concepts of scale in simulated annealing. *Proc. IEEE Intl. Conf. Comp. Des.(ICCD)*, pp. 646–651, 1984.
- 8) L. Ingber. Very fast simulated re-annealing. *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 12, pp. 967–973, 1989.
- 9) David T. CONNOLLY. An improved annealing scheme for the qap. *European Journal of Operational Research*, Vol. 46, pp. 93–100, 1990.
- 10) Mark Fielding. Simulated annealing with an optimal fixed temperature. *SIAM J.*, Vol. 11, No. 2, pp. 289–307, 2000.
- 11) 廣安知之, 三木光範, 小掠真貴, 岡本祐幸. 遺伝的交叉を用いた並列シミュレートッドアニーリングの検討. 情報処理学会論文誌: 数理モデル化と応用, Vol. 43, pp. 70–79.
- 12) L. J. Eshelman and J. D. Schaffer. Real coded genetic algorithms and interval-schemata. *Foundations of Genetic Algorithms*, Vol. 2, pp. 187–202, 1993.
- 13) 小野功, 佐藤浩, 小林重信. 単峰性正規分布交叉 undx を用いた実数値 ga による関数最適化. 人工知能学会誌, Vol. 14, .
- 14) GA 等組合せ最適化手法応用調査専門委員会. 遺伝的アルゴリズムとニューラルネット-スケジューリングと組合せ最適化-. コロナ社, 1998.
- 15) 山田武士, Bruce E. Rosen, 中野良平. クリティカルブロックシミュレートッドアニーリング法によるジョブショップスケジューリング問題の解法. 電気学会論文誌, Vol. 114, No. 4, pp. 476–482, 1994.
- 16) B. Giffer and G. Thompson. Algorithms for solving production scheduling problems. *Operations Research*, 1960.
- 17) Ling Wang and Da-Zhong Zheng. An effective hybrid optimization strategy for job-shop scheduling problems. *Computers & Operations Research*, Vol. 28, pp. 585–596, 2001.