

多目的遺伝的アルゴリズムによる SVM 学習データ選択手法

廣 安 知 之^{†1} 西 岡 雅 史^{†2}
三 木 光 範^{†3} 横 内 久 猛^{†1}

サポートベクターマシン (SVM) の学習では、どのデータを学習データとして扱うかの選択が重要となる。これは、多くの学習データを利用する際に過学習の問題が存在するからである。ユーザは、どれだけの学習データを利用するかを決定し、与えられたデータセットから学習データを選択しなければならない。本研究では、この SVM 学習データの選択を多目的最適化問題としてとらえ、多目的遺伝的アルゴリズム (多目的 GA) を適用することによって最適化する。このとき、問題の特徴を把握するためには幅広いパレート解集合を導出する必要がある。したがって、我々の提案する多目的 GA のための探索戦略を、学習データの選択に適用することが有効であると考えられる。提案する探索戦略を SVM 学習データ選択問題へと適用させた結果、従来の多目的 GA 手法に比べて幅広い解集合を導出可能であることが確認できた。また、探索戦略を用いることにより、SVM の学習における学習データの分類性能と汎化能力のトレードオフ関係をより正確に把握することができた。

SVM Training Data Selection Using Multi-Objective Genetic Algorithm

TOMOYUKI HIROYASU,^{†1} MASASHI NISHIOKA,^{†2} MITSUNORI MIKI^{†3}
and HISATAKE YOKOUCHI^{†1}

When training Support Vector Machine (SVM), selection of a training data set becomes an important issue, since the problem of overfitting exists with a large number of training data. A user must decide how much training data to use in the training, and then select the data to be used from a given data set. We considered to handle this SVM training data selection as a multi-objective optimization problem and applied our proposed MOGA search strategy to it. It is essential for a broad set of Pareto solutions to be obtained for the purpose of understanding the characteristics of the problem, and we considered the proposed search strategy to be suitable. The proposed search strategy was adapted to the SVM training data selection problem, and the results of the experiment indicated that broader solutions can be obtained by the search strategy compared to conventional MOGAs. Moreover, better understanding of the tradeoff relationship between the classification performance of the training data and the generalization performance became possible with the proposed search strategy.

1. はじめに

サポートベクターマシン (SVM) は、V. Vapnik などによって提案されたパターン識別手法である¹⁾。SVM の基本的な概念は、 Φ によって入力ベクトル x を高次元空間 H に写像し、この空間においてデータを適切に分類する超平面を求めることである²⁾。これまでに、数字認識¹⁾、テキスト分類³⁾、顔検出などといっ

た様々なパターン認識に SVM は適用されている⁴⁾。

SVM は教師あり学習であり、与えられた学習データを用いて学習することにより、未知のデータの分類を行うための決定関数 (decision function) を決定する。つまり、最終的な SVM の目標は、未知のデータを正確に分類する能力である、汎化能力を向上させることである。汎化能力の向上には効果的な学習が必要であるが、このとき考慮しなければならないのが過学習 (overfitting)⁵⁾ である。過学習とは、学習データに対する分類性能を必要以上に向上させることにより、決定関数が複雑になり、汎化能力が低下する現象である。

したがって、汎化能力の高い SVM を実現するためには、どのような場合に過学習が起こっているのかを把握し、対象となるパターン認識問題の特徴を理解す

†1 同志社大学生命医科学部

Faculty of Life and Medical Sciences, Doshisha University

†2 同志社大学大学院工学研究科

Graduate School of Engineering, Doshisha University

†3 同志社大学理工学部

Faculty of Science and Engineering, Doshisha University

る必要がある。ここでの理解すべき問題の特徴とは、学習データに対する分類性能と汎化能力との間に存在するトレードオフ関係である。一方の性能を改善することにより、もう一方がどれだけ改悪するかといった関係を把握することにより、より効果的なSVMの学習が行えると考えられる。そこで、本論文ではSVMの学習に、複数の目的の下で最適化を行う、多目的最適化手法を適用させることを考える。具体的には、SVMの学習に用いる学習データの選択を対象問題とし、学習データに対する分類性能と汎化能力を最適化する2目的最適化問題として扱う。このとき、各目的における最適解を導出することが、SVMによる学習の特徴を把握する上で重要となる。これは、目的間のトレードオフ関係がどのような範囲で起こるかは、各目的における最適解によって表されるからである。各目的において精度の高い解を導出しなければ、問題の特徴を正確に理解することはできない。

SVMに進化的計算手法を適用した研究としては、進化的計算手法によるSVMパラメータやカーネルの最適化^{6)–8)}や、SVMの学習メカニズムに多目的最適化を適用した進化的SVM⁵⁾などがある。これらの研究では、SVMの学習メカニズムに注目し、学習の精度を向上させることを目的としている。一方で、学習に用いる特徴の選択⁹⁾のように、学習データに注目した研究も行われている。本論文でも学習データに注目し、データセットから選択する学習データの最適化を行う。

学習データの最適化には、多目的遺伝的アルゴリズム(多目的GA)を用いる。多くの多目的GA手法は、解集合の精度と均一性を向上させるためのメカニズムを有する。しかしながら、解集合の幅広さを向上させるメカニズムが組み込まれているものは少ない。そのため、多目的GA手法と単一目的GA手法を同時に用いる分散協力型スキームが奥田らによって提案された¹⁰⁾。単一目的GAは各目的における最適解を探索するために用いられ、これにより解集合の幅広さを向上させることが可能となる。分散協力型スキームを用いることにより、一般的な多目的GA手法に比べ幅広い解集合を導出可能なことがわかっている。しかしながら、探索の序盤から解集合の幅広さを向上させることによって、精度の低下がこれまでの実験においてみられた。

解集合の精度と幅広さを同時に向上させることは困難であるため、本研究で用いる探索戦略では探索を2段階に分割することを考える。探索の1段階目は解集合の精度を向上させるための探索とし、2段階目を幅

広さを向上させるための探索とする。ここでは、意思決定者によって設定される希求点を1段階目の探索に適用することで、精度の向上を実現する。また、分散協力型スキームを2段階目の探索に用いることで、各目的における最適解を探索し、解集合の幅広さを向上させる。提案する探索戦略を用いることによって、精度を悪化させることなく、一般的な多目的GA手法よりも幅広い解集合を導出することができる。したがって本論文では、この探索戦略をSVM学習データ選択問題へと適用させる。

2. 多目的最適化

2.1 多目的最適化問題

複数の評価基準が存在し、これらの評価基準を同時に考慮しながら最適化を行う問題を、多目的最適化問題といい、「複数の互いに競合する目的関数を与えられた制約条件の中で、何らかの意味で最小化(最大化)する問題」と定義されている¹¹⁾。これは、 n 個の設計変数を扱う k 個の目的関数 $f(x)$ を、 m 個の制約条件 $g(x)$ のもとで最小化(最大化)する問題として式(1)のように定式化される¹²⁾。

$$\begin{cases} \min & f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (i = 1, \dots, k) \\ \text{subject to} & \\ & g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, m) \end{cases} \quad (1)$$

多目的最適化問題では、一般に複数の目的関数同士が互いにトレードオフの関係にある場合が多いため、全ての目的関数 $f_i(x)$ を同時に最適化することはできない。そこで、「ある目的関数の値を改善するためには、少なくとも他の1つの目的関数を改悪せざるを得ないような解」を求める。このような解をパレート最適解(Pareto-optimal solution)と呼ぶ¹²⁾。

2.2 パレート最適解

パレート最適解は、以下に示す多目的最適化問題における解の優越関係により定義される¹³⁾。ただし、全ての目的の最適化は最小化であると仮定する。

定義1 (優越関係) $x_1, x_2 \in \mathfrak{S}(x = (x_1, x_2, \dots, x_n))$ とする。 $f_i(x_1) < f_i(x_2) (\forall i = 1, 2, \dots, k)$ の時、 x_1 は x_2 に強い意味で優越するという。

もし、 x_1 が x_2 に優越しているならば、 x_1 の方が x_2 よりも良い解である。そのため、多目的最適化では、このような他のどの解にも優越されないような解の探索を行う。次に、この優越関係に基づくパレート最適解の定義について以下に示す。

定義2 (パレート解) $x_0 \in \mathfrak{S}(x = (x_1, x_2, \dots, x_n))$ とする。 x_0 に優越する $x \in \mathfrak{S}$ が存在しないとき、 x_0

をパレート最適解 (Pareto-optimal solution) という。

なお、探索途中のどの解にも優越されない解を非劣解と呼ぶ。一般にパレート最適解は複数存在することが多く、多目的最適化問題ではパレート最適フロント全域を覆う解集合を導出することが目的となる。したがって、導出される解集合は精度、均一性、幅広さといった全ての要素について優れていることが望ましい。精度とは、得られた解集合がパレート最適フロントにどれだけ近いかであり、均一性とは解集合が特定の領域に偏ることなく、均一に分布しているかどうかである。また、幅広さとは解集合がどれだけ広い領域に分布しているかであり、これはパレートフロントの端に位置する解、すなわち各目的における最適解によって決定される。

実世界の最適化問題ではパレート最適解集合は未知である。そのため、最適化手法によって得られた解集合がパレート最適フロントまで収束しており、なおかつフロント全域を覆っているのかを確認することは困難である。したがって、多目的最適化手法には、精度、均一性、幅広さの全てを向上させるための仕組みが含まれている必要がある。上記の要素の中でも解集合の幅広さは、目的間のトレードオフの度合いや解の存在する範囲といった、問題の特徴を把握する上で重要である。

2.3 多目的遺伝的アルゴリズム

多目的最適化の分野では、様々な進化的アルゴリズムが適用されているが、特に遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA) を多目的最適化に適用した多目的 GA は最も多く研究されており、主要な研究の多くが多目的 GA を用いたものとなっている^{14)–19)}。現在、代表的な多目的 GA として、Deb らの NSGA-II¹⁷⁾ や Zitzler らの SPEA2¹⁸⁾ などがある。これらの手法では、適合度値の高い解の保存、多様性に優れた解の選択など、多目的 GA における重要なメカニズムが組み込まれており、優れた探索性能を有していることが報告されている。

3. 精度と幅広さを考慮した多目的遺伝的アルゴリズムのための探索戦略

SVM 学習データ選択問題では、学習データに対する分類性能と汎化能力の間に存在するトレードオフ関係を正確に把握することにより、効果的な SVM の学習を目指す。トレードオフ関係を把握するためには、精度と幅広さに優れた解集合が必要である。しかしながら、一般的な多目的 GA 手法では、精度と均一性について考慮したメカニズムを有するものの、得られた

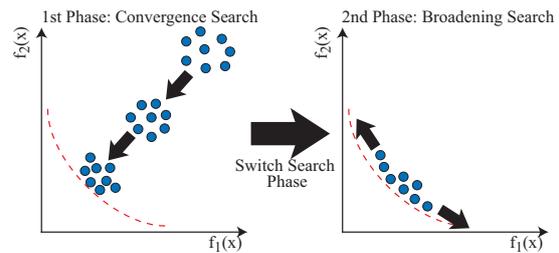


図 1 提案する探索戦略の概念図

Fig. 1 Concept of Proposed Search Strategy

解集合の幅広さを向上させるためのメカニズムが組み込まれていないことが多い。代表的な多目的 GA 手法である NSGA-II と SPEA2 においても、得られた解集合の幅広さを維持するためのメカニズムしか持たない。同様のことはその他の手法についても言うことができ、解集合の幅広さを向上させるためのメカニズムは少ない。

解集合が十分な幅広さを持たない場合、意思決定者が最終的な解を選択する際に問題が生じる。意思決定者にとって、その問題における解集合がどのように分布するかを把握することは重要であり、パレートフロントの一部分のみに解集合を導出することは十分ではない。そこで、本論文では解集合の精度と幅広さに注目した、多目的 GA のための探索戦略を提案する。

解集合の幅広さは、各目的における最適解によって決定される。したがって、幅広い解集合を導出するためには、全ての目的を考慮しながら最適化を行いながらも、各目的の最適解の精度を高めなければならない。奥田らの分散協力型スキーム¹⁰⁾は、解集合の幅広さを向上させることができるが、一方で探索の精度が低下するという結果が得られている。導出される解集合には一般的な多目的 GA 手法と同様な精度が求められることから、精度を向上させるためのメカニズムも探索戦略には必要である。

しかしながら、分散協力型スキームの例のように、解集合の幅広さを向上させることによって探索の精度が低下するため、精度と幅広さを同時に向上させることは困難である。そこで、提案する探索戦略では図 1 に示すように、探索を 2 段階に分割することを考える。探索の 1 段階目では精度を向上させ、2 段階目では解集合の幅広さを向上させる。探索の順序がこのように設定されているのは、解集合の幅広さを探索の序盤から向上させると、探索の収束性が低下し、最終的な解集合の精度が一般的な多目的 GA 手法に比べて劣ってしまうからである。そのため、探索戦略では解集合の精度をまず確保し、その後に幅広さの向上を目指す。

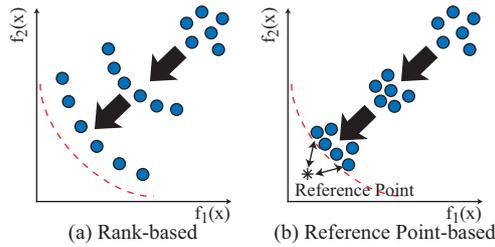


図2 希求点を用いた探索の概念図

Fig. 2 Concept of Reference Point-based Search

このようなアプローチを取ることで、一般的な多目的GA手法と同様な精度を持ち、なおかつ幅広い解集合を導出できると考えられる。

3.1 1段階目：精度を重視した探索

1段階目の精度を重視した探索では、意思決定者の選好情報を希求点²⁰⁾として利用する。この希求点は目的関数空間に設定され、実行可能領域内もしくは実行可能領域外のどちらにも位置することができる。一般的な多目的GA手法では解の優越関係によって探索が進行するのに対し、提案手法では優越関係と希求点からの距離情報を用いて探索を進める。つまり、希求点により近い解を優先的に探索で用いることにより、解集合を希求点周辺の領域に収束させることが可能となる。この探索の概念図を図2に示す。

提案手法は一般的な多目的GA手法を基にしており、希求点からの距離情報は探索母集団を選択するメーティング選択において、選択基準の一つとして利用する。用いるメーティング選択手法を下記に示す。なお、ここでのアーカイブサイズは N である。

Step 1: アーカイブ内の解を希求点からのユークリッド距離によって昇順にソートする。

Step 2: 希求点に近い上位 $N/2$ 個の解を探索母集団に加える。

Step 3: 残りの解をランクによるトーナメント選択によって選択する。同一なランクを持った解が複数存在する場合、希求点からのユークリッド距離が最も近い解を選択する。

Step 2において希求点に最も近い上位 $N/2$ 個の解を探索母集団にコピーしたのは、トーナメント選択などの確率的な選択手法ではこれらの希求点に近い解が選択される保証が無いからである。このように希求点に近い解を探索母集団に加えることにより、精度の向上が期待できる。また、Step 3ではランクと希求点からの距離の両方を考慮したトーナメント選択を行って

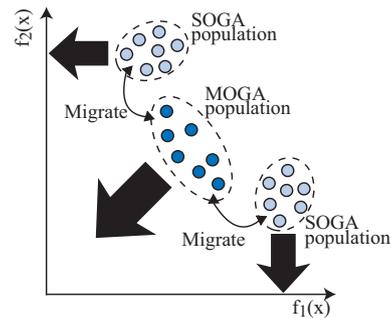


図3 分散協力型スキームの概念図

Fig. 3 Concept of Distributed Cooperation Scheme

いる。これにより、非劣解の中でも希求点に近い解が優先的に選択されるため、解集合の多様性を維持しながらも希求点周辺に収束させることが可能である。

3.2 2段階目：幅広さを重視した探索

2段階目の幅広さを重視した探索には奥田らの提案した分散協力型スキーム¹⁰⁾を用いる。分散協力型スキームでは、探索母集団は単目的GAで探索するサブ母集団と多目的GAで探索するサブ母集団に分割される。これ以降、単目的GAおよび多目的GAで探索するサブ母集団を、それぞれSOGA 個体群およびMOGA 個体群と呼ぶ。

k 目的最適化問題の場合、探索母集団は1つのMOGA 個体群と k 個のSOGA 個体群に分割され、合計で $k+1$ 個のサブ母集団が形成される。分散協力型スキームの概念図を図3に示す。なお、これはスキームであるため、MOGA 個体群およびSOGA 個体群にはそれぞれどのような多目的GA手法、単目的GA手法を用いても良い。本研究では、NSGA-II¹⁷⁾とSPEA2¹⁸⁾をMOGA 個体群に用い、SOGA 個体群にはDGA²¹⁾を用いる。

分散協力型スキームにおいてMOGA 個体群とSOGA 個体群は並列に探索し、各個体群の最良解があらかじめ定められた世代数毎に交換される。なお、本研究では25世代毎に最良解の交換を行い、最良解の交換はMOGA 個体群と各SOGA 個体群の間のみで行われる。ここでの最良解とは、 f_i について探索しているSOGA 個体群では目的関数値のうち f_i の値が最も良い解である。一方で、MOGA 個体群における最良解は非劣解集合に含まれる解のうち、各目的について最も良い値を持つ解である。従って、 k 目的最適化問題において、MOGA 個体群の最良解は k 個存在する。2目的最適化問題における最良解の交換の様子を図4に示す。

分散協力型スキームのアルゴリズムを下記に示す。

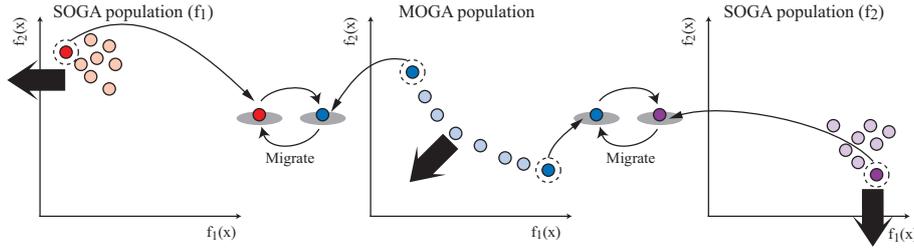


図 4 2 目的最適化問題における最良解の交換

Fig. 4 Concept of Migration in 2-Objective Optimization Problem

ここでは、母集団サイズを N とし、 k 目的最適化問題を想定する。

Step 1: ランダムに N 個体を初期化する。

Step 2: 母集団を 1 つの MOGA 個体群と k 個の SOGA 個体群に分割する。このとき、MOGA 個体群の個体数を $\frac{2N}{k+2}$ とし、SOGA 個体群の個体数は $\frac{N}{k+2}$ とする。

Step 3: 各個体群で探索を行う。MOGA 個体群では非劣解集合を探索し、SOGA 個体群では各目的における最適解を探索する。

Step 4: 全個体群から個体を収集し、全体のアーカイブを更新する。

Step 5: 一定世代毎に最良解を MOGA 個体群と各 SOGA 個体群の間で交換する。

Step 6: 終了条件を満たせば終了し、そうでなければ Step 3 に戻る。

3.3 探索の切り替え

提案する探索戦略では、まず 3.1 節で述べた精度を重視した探索を行い、その後に 3.2 節で述べた幅広さを重視した探索を行う。このとき、1 段階目の探索から 2 段階目へと切り替えるタイミングが重要となる。単純な切り換え方法として、あらかじめ定められた世代数に達した時点で探索を切り替えることが考えられるが、そのような方法ではパラメータの設定が難しい。また、精度を重視した探索から幅広さを重視した探索に切り替えるタイミングは、探索が十分に収束した時であることが望ましい。ここでは、以下に示す 2 通りの場合に探索が十分に収束したと判断する。

- パレート最適フロントへの収束が停滞している。
- 新たに生成された非劣解がパレート最適フロントへの収束に貢献していない。

したがって、本研究では探索の収束具合を表す 2 つ

の指標を用いて探索を切り替える。1 つ目の指標には Jaimes らの MRMOGA²²⁾ で用いられている指標を利用する。この指標では、探索中におけるアーカイブ内の非劣解がどの程度の割合で次世代の解によって優越されるかを世代ごとに計測し、一定世代数におけるその平均値をとることで収束しているかを判断する。具体的には、世代 i におけるアーカイブ内の非劣解を $PF_{known}(i)$ とし、 $PF_{known}(i)$ に含まれる解のうち次世代の解によって優越される割合 $dominated_i$ を求められる。毎世代において $dominated_i$ を求め、 g 世代にわたる平均値を算出し、その値が次の式 (2) に示す条件を満たした場合に十分に収束したと考える。

$$\sum_{i=1}^g \frac{dominated_i}{g} \leq \epsilon \quad (2)$$

なお、Jaimes らは $\epsilon = 0.05$ としている。提案する探索戦略では 2 目的最適化問題の場合 $\epsilon = 0.05$ とし、3 目的最適化問題では $\epsilon = 0.025$ とする。これは、目的数の増加とともに解を優越することが困難となるためである。また、 g の値については、3.2 節における移住間隔と同じ 25 世代とする。この指標では、アーカイブ内の非劣解集合が一定の割合で次世代の解に優越される場合、探索はパレート最適フロントに対して進行していると判断する。しかしながら、実際にどのような解が新たに生成されているのかについては考慮されていない。そのため、2 つ目の指標ではどのような解集合が生成されているのかを把握することを考える。

2 つ目の指標では、新たに生成された非劣解が優越するアーカイブ内の非劣解の数の平均値を扱う。つまり、新たに生成された 1 つの非劣解が、どれだけ解を優越するかを表す。この指標を用いることにより、MRMOGA の指標では考慮されていない新たな非劣解の数を考慮することができる。例えば、優越する解の数が平均で 1 の場合、生成された非劣解はそれぞれアーカイブ内の非劣解を 1 つ優越すると考えられる。1 つの解が多くを優越する場合、その解はパレ-

ト最適フロントへと探索を収束させる上で効果的な解であるといえる。したがって、この指標は生成された解がどれだけ効果的であるかを示す。平均的に優越する解の数が低い場合、探索は多様性の向上へと移行していると考えられ、十分に収束していると判断できる。

探索戦略では、 g 世代ごとに指標値の平均をとり、式 (3) に示す条件を満たした場合に十分に収束したと考える。このとき、 μ_i は i 世代目における新たに生成された非劣解が優越するアーカイブ内の非劣解の数の平均値である。また、1つ目の指標と同様に、 $g = 25$ とする。

$$\sum_{i=1}^g \frac{\mu_i}{g} \leq \alpha \quad (3)$$

本研究では、2目的最適化問題の場合に $\alpha = 0.5$ とし、3目的最適化問題の場合に $\alpha = 0.25$ とした。これらの値は予備実験を行い、良好な結果を示したものである。以上に述べた2つの指標を用いて、いずれかの条件が満たされた場合に探索戦略の2段階の探索を切り替える。以上を踏まえた上で、探索戦略の処理の流れは以下ようになる。ここでは、 k 目的最適化問題を扱うこととする。

Step 1: 保存用アーカイブを初期化する。

Step 2: 3.1 節の精度を重視した探索を用いて探索する。

Step 3: g 世代ごとに式 (2) および式 (3) の条件を判定する。条件を満たす場合 Step 4 へ。満たさなければ Step 2 へ戻る。

Step 4: 保存用アーカイブに保存されている個体群を分散協力型スキームで用いる $k+1$ 個の個体群に分割する。

Step 5: 3.2 節の分散協力型スキームを用いて探索する。

Step 6: 終了条件を満たせば終了。そうでなければ Step 5 に戻る。

以上の方法により、提案する探索戦略では1段階目から2段階目の探索へと、探索の状況に合わせて動的に切り換えを行う。

3.4 提案する探索戦略の有効性の検証

提案する探索戦略の有効性を検証するため、一般的な多目的 GA 手法である NSGA-II および SPEA2 と数値実験において比較する。探索戦略の精度を重視した探索における多目的 GA 手法として NSGA-II と SPEA2 を用いる。同様に、分散協力型スキームの

MOGA 個体群に NSGA-II と SPEA2 を用い、SOGA 個体群には DGA を用いる。

対象問題は、KUR²³⁾ と多目的ナップサック問題¹⁶⁾ である。KUR は2目的の連続最適化問題であり、 $f_1(x)$ において連続する2変数間の相互作用を持ち、 $f_2(x)$ において多峰性を有する問題である。式 (4) に KUR の定式を示す。

$$\begin{cases} \min f_1(x) = \sum_{i=1}^{N-1} \left(-10 \exp \left(-0.2 \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \right) \\ \min f_2(x) = \sum_{i=1}^N \left(|x_i|^{0.8} + 5 \sin(x_i)^3 \right) \\ \text{subject to} \\ x_i \in [-5, 5], \quad i = 1, \dots, n, \quad n = 100 \end{cases} \quad (4)$$

多目的ナップサック問題としては KP500-2 (i.e., 2目的, 500 アイテム), KP750-2, KP750-3¹⁶⁾ を用いる。式 (5) に k 目的, N アイテムの多目的ナップサック問題の定式を示す。

$$\begin{cases} \max f_i(x) = \sum_{j=1}^N x_j \times p_{(i,j)} \\ \text{subject to} \\ g_i(x) = \sum_{j=1}^N x_j \times w_{(i,j)} \leq W_i \\ 1 \leq i \leq k \end{cases} \quad (5)$$

式 (5) における $p_{(i,j)}$ は i 番目のナップサックの評価値を計算する際の、 j 番目の荷物に付随する利益値を示す。同様に、 $w_{(i,j)}$ は重み値を表している。また、 W_i は i 番目のナップサックにおける重み値の制約値 (上限値) である。なお、多目的ナップサック問題における引き戻し手法として、ラマルク型修復²⁴⁾ を用い、削除するアイテムはランダムに決めるものとする。

得られたパレート解集合の評価手法として、本研究では inverted generational distance (IGD)²⁵⁾, hypervolume (HV)²⁶⁾, spread²⁷⁾ を用いる。IGD は、パレート最適フロントの各解に対して、得られたパレートフロントの中で最も近い解までの距離の平均である。この評価手法は解集合の精度と多様性を表す。次に、HV はパレート解集合が支配している空間を表す手法であり、解集合の総合的な評価を表す。最後に、spread は得られた解集合における各目的関数の最大値と最小値の差を足し合わせたものであり、この値が大きいほど幅広い解集合であると判断できる。

なお、IGD を求めるためにはパレート最適フロントが既知である必要があるが、本実験に用いた KUR, KP750-2, KP750-3 についてはパレート最適フロントは未知である。したがって、あらかじめ多目的 GA 手法を実験よりも多くの評価回数探索することによつ

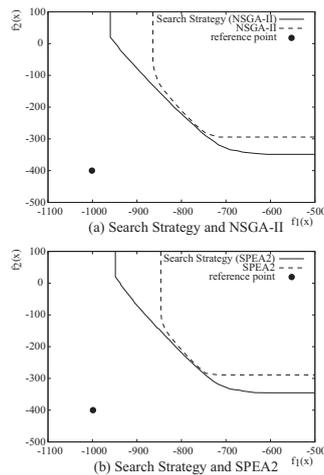


図 5 KUR における 50%到達領域 (30 試行)

Fig. 5 50% attainment surfaces of KUR (30 Trials)

て、求められた擬似パレート最適フロントを評価に用いる。

全ての手法において、母集団サイズは 2 目的および 3 目的最適化問題についてそれぞれ 120 と 150 とし、最大世代数は 1000 と設定する。したがって、評価計算回数は同じである。他にも、全手法に共通するパラメータとして、交叉には 2 点交叉を用い、交叉率は 1.0 である。突然変異率は 1/染色体長とする。探索戦略で用いる分散協力型スキームで利用する DGA のパラメータは、サブ母集団サイズを 10、エリート数を 1 とし、トーナメント選択におけるトーナメントサイズは 4 とする。移住トポロジはランダムリングであり、移住率は 0.5、移住間隔は 5 世代とする。提案する探索戦略では意思決定者が希求点を設定する必要があるが、実験では数パターンの希求点を各テスト問題に対して設定する。

3.4.1 実験結果

提案する探索戦略と多目的 GA 手法によって 30 試行で得られた、KUR, KP500-2, KP750-2 における 50%到達領域を図 5~図 7 に示す。ここでの 50%到達領域とは、全試行の 50%の試行において解集合が到達した領域である。なお、図 5~図 7 に示した結果では、探索戦略における希求点は KUR, KP500-2, KP750-2 のそれぞれについて $(-1000, -400)$, $(21000, 21000)$, そして $(30000, 30000)$ に設置した。

図 5~図 7 に示した探索結果から、提案する探索戦略は NSGA-II と SPEA2 に比べて幅広い解集合を導出していることがわかる。幅広い解集合を導出することにより、パレートフロントの形状についての情報をより多く得ることができる。これは特に、KUR や

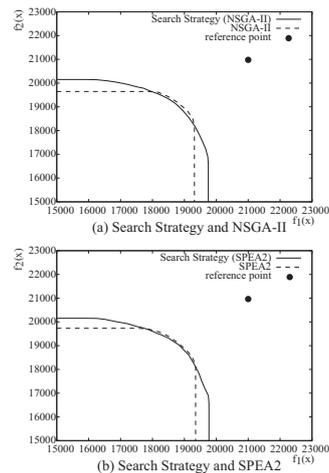


図 6 KP500-2 における 50%到達領域 (30 試行)

Fig. 6 50% attainment surfaces of KP500-2 (30 Trials)

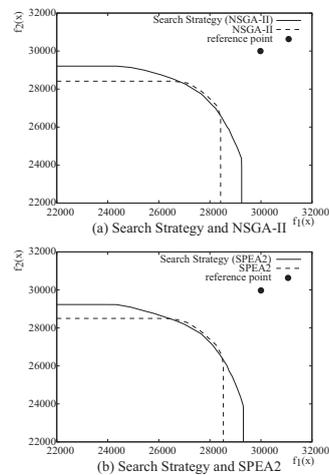


図 7 KP750-2 における 50%到達領域 (30 試行)

Fig. 7 50% attainment surfaces of KP750-2 (30 Trials)

KP750-2 といったパレート最適フロントが未知な問題において重要である。さらに、解集合の精度について、探索戦略は NSGA-II および SPEA2 と同等な精度が得られている。また、異なる希求点を用いた場合の探索履歴について、KP750-2 の場合を例として図 8 に示す。探索戦略では NSGA-II を多目的 GA 手法として利用し、NSGA-II の探索履歴と比較する。

図 8 では、3 パターンの希求点による探索を示している。なお、探索戦略では各希求点を用いた場合に、平均して 600 世代目もしくは 575 世代目に探索が 1 段階目から 2 段階目へと切り替わっている。図 8 に示したように、希求点の位置によって解集合が収束している領域が異なることがわかる。図 8 (b) と (c) のように、希求点が一方の目的に偏った位置にある場合、

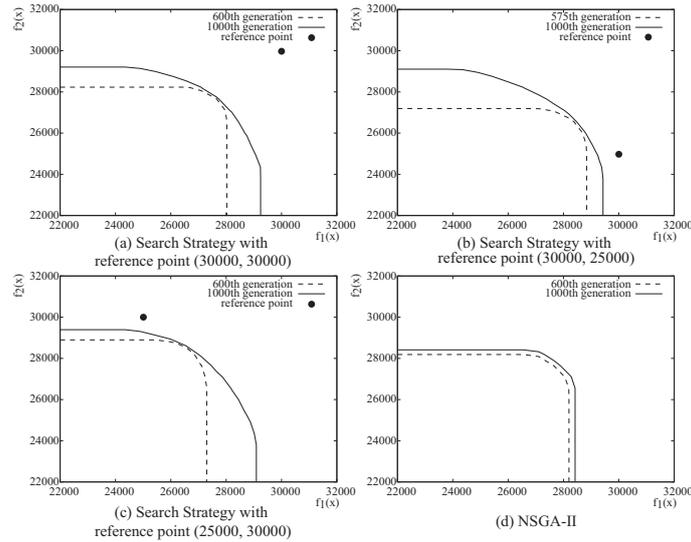


図 8 KP750-2 における 50%到達領域の履歴 (30 試行)

Fig. 8 Transition of the 50% attainment surfaces of KP750-2 (30 Trials)

解集合も同様に偏った分布となるものの、図 8 (d) の NSGA-II に比べると幅広い解集合が得られていることがわかる。この結果から、探索が 1 段階目から 2 段階目へと切り替わった後に、解集合の幅広さが大きく向上していることがわかる。同様の結果はその他のテスト問題でも見られ、提案する探索戦略では解集合を収束させてから広げるという探索が実現できている。一方で、NSGA-II による探索では解集合の幅広さに大きな変化はないことがわかる。解集合を広げるためのメカニズムが含まれていないため、NSGA-II による探索では幅広い解集合を導出することが困難である。

次に、IGD, spread, HV の平均値と標準偏差を表 1～表 3 にそれぞれ示す。表 1 に示した IGD は、値が 0 に近いほど得られた解集合がパレート最適フロントに近いことを表す。一方で、表 2 と表 3 の spread と HV については、値が大きいのほど良い。探索戦略で用いた希求点は、KUR, KP500-2, KP750-2 と KP750-3 について、それぞれ $(-1000, -750)$, $(21000, 21000)$, $(30000, 30000)$, $(30000, 30000, 30000)$ に設置した。

表 1 に示した IGD の平均値から、NSGA-II と SPEA2 を用いた探索戦略は NSGA-II と SPEA2 単体での探索に比べて、同等もしくは優れた性能を示していることがわかる。IGD は、得られた解集合がパレート最適フロントに精度と多様性について、どれだけ近いことを示す指標であることから、探索戦略は NSGA-II および SPEA2 と同等の精度を確保していることがわかる。またこの結果から、NSGA-II と SPEA2 によって得られた解集合は十分に広がっていないといえる。

表 2 に示した spread の平均値も、探索戦略の方が幅広い解集合を導出していることを表している。したがって、1 段階目の探索によって解集合を収束させた後に、2 段階目の探索によって幅広さを向上させることが可能であるといえる。加えて、表 3 の HV についても、探索戦略は良好な性能を示している。これらの結果から、提案する探索戦略は一般的な多目的 GA 手法と同様な精度をもち、より幅広い解集合を導出できることがわかった。

4. SVM 学習データ選択問題への適用

4.1 サポートベクターマシン

サポートベクターマシン (SVM) は、V. Vapnik などによって提案された、パターン認識の分野において優れた性能を示すことが知られている手法である¹⁾。SVM は線形 SVM と非線形 SVM に分類される。近年、カーネル関数の導入によって線形分離可能でないデータに対しても、優れた性能を示す非線形 SVM が多く研究されている。SVM では、図 9 に示すようにクラスを分類する超平面を求めるが、このとき各クラスと超平面との距離をマージンと呼ぶ。図 9 (a) のようなマージンが小さい超平面よりも、図 9 (b) のようにマージンを最大化する超平面を求めることによって汎化能力の向上を実現する。

データ $x_i \in R^n$, $1, \dots, l$ に対して、クラス $y \in \{1, -1\}^l$ とするとき、SVM の学習は式 (6) によって表される。

表 1 Inverted Generational Distance
Table 1 Inverted Generational Distance

		KUR	KP500-2	KP750-2	KP750-3
Search Strategy (NSGA-II)	mean	0.04088	0.01311	0.01548	0.06773
	SD	0.00868	0.00112	0.00130	0.00270
NSGA-II	mean	0.08846	0.02862	0.02853	0.07602
	SD	0.01061	0.00220	0.00167	0.00314
Search Strategy (SPEA2)	mean	0.04271	0.01322	0.01726	0.06567
	SD	0.00731	0.00099	0.00189	0.00233
SPEA2	mean	0.10841	0.02478	0.02574	0.06655
	SD	0.01358	0.00176	0.00158	0.00210

表 2 Spread
Table 2 Spread

		KUR	KP500-2	KP750-2	KP750-3
Search Strategy (NSGA-II)	mean	682.04	6401.10	9134.77	14579.27
	SD	15.30	356.46	489.59	1520.48
NSGA-II	mean	321.02	2497.23	3130.30	7845.73
	SD	23.06	226.85	236.35	448.87
Search Strategy (SPEA2)	mean	677.28	6568.13	9650.20	13789.67
	SD	15.90	338.40	577.90	2263.41
SPEA2	mean	263.42	3000.57	3771.07	5176.10
	SD	25.39	200.25	316.30	412.81

表 3 Hypervolume
Table 3 Hypervolume

		KUR	KP500-2	KP750-2	KP750-3
Search Strategy (NSGA-II)	mean	2.86E+05	3.95E+08	8.47E+08	2.41E+13
	SD	7.81E+03	1.23E+06	3.22E+06	2.89E+11
NSGA-II	mean	2.41E+05	3.79E+08	8.06E+08	2.19E+13
	SD	6.53E+03	1.36E+06	2.79E+06	1.60E+11
Search Strategy (SPEA2)	mean	2.84E+05	3.95E+08	8.49E+08	2.40E+13
	SD	7.42E+03	1.54E+06	3.84E+06	5.45E+11
SPEA2	mean	2.35E+05	3.81E+08	8.10E+08	2.16E+13
	SD	7.57E+03	1.47E+06	2.99E+06	1.22E+11

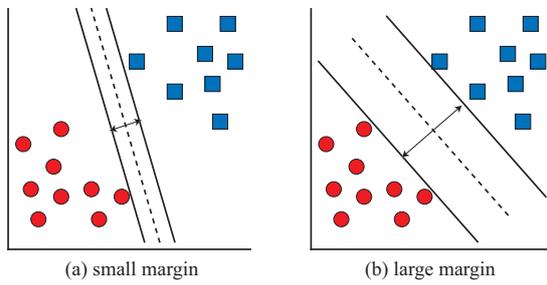


図 9 マージンの異なる超平面

Fig. 9 A Separating Hyperplane with Different Margin

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{w}, b, \xi} \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + C \sum_{i=1}^l \xi_i \\
 & \text{subject to } y_i (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) + b) \geq 1 - \xi_i, \quad (6) \\
 & \quad \xi_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, l
 \end{aligned}$$

次に、式 (6) の双対問題は式 (7) となる。このとき、 α は SVM の内部変数であり、 $K(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ はカーネル関数である。

$$\begin{aligned}
 & \max_{\alpha, b} \sum_{i=1}^l \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \\
 & \text{subject to } \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i = 0, \quad (7) \\
 & \quad 0 \leq \alpha_i \leq C, \\
 & \quad i = 1, \dots, l
 \end{aligned}$$

これより、SVM の識別関数は式 (8) となる。

$$f(\mathbf{x}) = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^l y_i \alpha_i K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b \right) \quad (8)$$

なお、本論文ではカーネル関数として式 (9) に示す RBF カーネルを用いる。

$$K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp(-\gamma \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2), \gamma > 0 \quad (9)$$

4.2 SVM 学習データ選択問題

本論文では、3節で述べた探索戦略を、SVM 学習データの選択へ適用する。一般に SVM の学習を行う場合、あらかじめ与えられたデータセットを学習データと検証データに分類する必要がある。学習データによって SVM の学習を行い、検証データは学習済みの SVM の汎化能力を検証するために用いられる。つまり、検証データに対する分類性能を、SVM の汎化能力と考えることができる。学習データに対する SVM の分類性能は学習データの増加に伴い向上すると考えられるが、同時に過学習によって汎化能力が低下する可能性もある。そこで、SVM 学習データ選択問題における目的を、以下の2つとして定義する。

- 学習データに対する誤識別率 (f_1)
- 検証データに対する誤識別率 (f_2)

両目的は最小化するものとする。学習データに対する誤識別率を改善することは、汎化能力の低下をともなう過学習につながると予想され、この2つの目的間にはトレードオフ関係が存在すると考えられる。このとき、各目的における最適解を導出することが、SVM による学習の特徴を把握する上で重要となる。なぜならば、過学習が起こるかどうかなを確認するためには、学習データに対する誤識別率を最小とする解を導出しなければならないからである。加えて、検証データに対する誤識別率を最小とする解が導出できなければ、どの程度のトレードオフ関係が学習データに対する分類性能と汎化能力の間に存在するかを把握することができない。したがって、一般的な多目的 GA 手法に比べて幅広い解集合を導出可能な、提案する探索戦略を適用することが効果的であると考えられる。

4.3 実装方法

この問題は多目的ナップサック問題と同様の方法で実装されており、データセットに含まれる各データが学習データとして使われるかは、0/1のビットで表される。したがって、GA における染色体長は全体のデータ数と同じである。ビットが1の場合には対応するデータを学習データとし、0である場合には検証データとする。したがって、全てのデータに対応するビットを0/1で表現することにより、データセットを学習データと検証データに分割することができる。また、学習データの数と、どのデータを学習データとするかを同時に決定することができる。

表4 実験に用いるデータセット。 n はデータ数、 m は特徴の数
Table 4 The data sets used in the experiment. n is the number of data and m is the number of features.

Data set	n	m	classes	C	γ
Diabetes	768	8	2	32.00000	0.03125
Australian	690	14	2	0.03125	0.03125
Vehicle	846	18	4	128.00000	0.12500

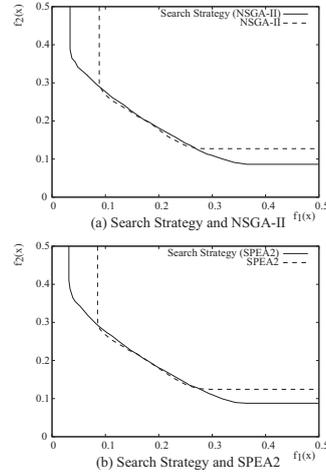


図10 Diabetes における 50%到達領域 (30 試行)
Fig.10 50% attainment surfaces of Diabetes (30 Trials)

様々なデータセットを用いて対象問題を実装したが、本論文では特徴的な結果を示した、表4に示す Diabetes, Australian と Vehicle²⁸⁾ をデータセットとして用いる。対象とする SVM は C -SVM とし、RBF カーネルを用いる。なお、SVM のパラメータである C と γ は事前に交差検定によって求める²⁹⁾。

問題における制約条件として、学習データの数は全体のデータ数の1/2以下とする。これは、検証データの数を確保するためである。制約外に解が生成された場合には、ランダムに選択されたデータを学習データから取り除く。多目的 GA 手法のパラメータとして、母集団サイズは120、最大世代数を250とする。その他のパラメータは、3.4節の実験と同じである。また、探索戦略で用いる希求点については、2目的の最小化問題であるため、(0,0)に設定する。

4.4 実験結果

図10～図12に、Diabetes, Australian, Vehicle における50%到達領域を示す。探索結果が示すように、2つの目的間にはトレードオフ関係がいずれのデータセットにおいても見られた。

図10と図11に示した Diabetes と Australian の探索結果には、探索戦略と一般的な多目的 GA 手法との間に大きな違いが見られる。探索戦略は NSGA-II

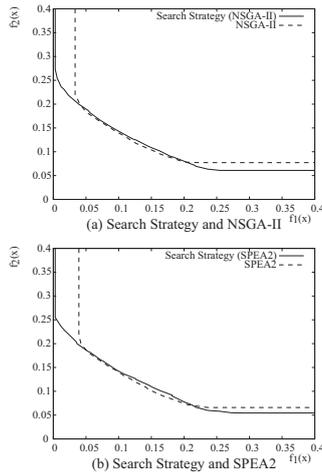


図 11 Australian における 50%到達領域 (30 試行)
Fig. 11 50% attainment surfaces of Australian (30 Trials)

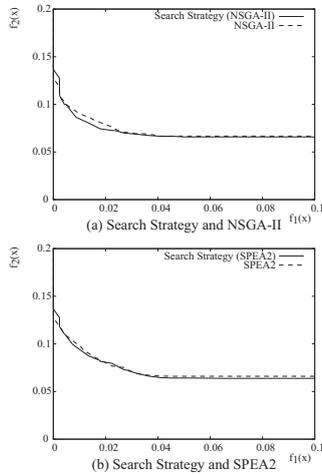


図 12 Vehicle における 50%到達領域 (30 試行)
Fig. 12 50% attainment surfaces of Vehicle (30 Trials)

や SPEA2 に比べて幅広い解集合を導出しており、意思決定者がパレートフロントの形状およびトレードオフの度合いを把握するために有用な情報を提供している。その一方で、図 12 に示した Vehicle の探索結果には、明確な違いは見られなかった。Vehicle のデータセットでは、パレートフロントの端に位置する解が NSGA-II と SPEA2 の探索でも導出できているため、探索戦略による幅広さの向上が得られなかったと考えられる。

次に、各データセットに対して選ばれた学習データの数を表 5 に示す。表 5 から、Diabetes と Australian のデータセットについては、探索戦略と一般的な多目的 GA 手法の間で、データ数の平均値と標準偏差に違いが見られない。つまり、同じような数のデータが学

表 5 学習データの数

Table 5 Number of training data

		Diabetes	Australian	Vehicle
Search Strategy (NSGA-II)	mean	359.69	339.11	367.52
	SD	15.65	5.69	33.72
NSGA-II	mean	356.39	337.75	407.33
	SD	19.98	6.80	7.65
Search Strategy (SPEA2)	mean	358.66	338.19	383.38
	SD	16.87	6.32	34.18
SPEA2	mean	354.75	336.05	411.14
	SD	20.99	6.96	6.71

習データとして用いられていることがわかる。しかしながら、図 10 と図 11 に示したように、実際に得られた解集合には違いが見られる。各目的における最適解が大きく異なることから、学習データに対する分類性能と検証データに対する分類性能は、データ数だけによって決まらないことがわかる。

例えば、学習データに対する誤識別率 (f_1) についての最適解を比較しても、提案する探索戦略ではより精度の高い解を得られている。この場合、各解に含まれる学習データの数は同等であることから、学習データの選択が SVM の性能に大きく影響していることがわかる。同様のことは、検証データに対する誤識別率 (f_2) についての最適解においても言うことができる。したがって、どのようなデータを学習データとして用いるかが、SVM の学習では重要であることがわかる。

その一方で、Vehicle のデータセットについては、探索戦略と一般的な多目的 GA 手法では学習データの数に大きな違いが見られた。データ数の平均値を比べると、NSGA-II と SPEA2 の方が学習データの数が多傾向にある。また、標準偏差の値に注目すると、NSGA-II と SPEA2 ではデータ数のばらつきが小さいのに対し、探索戦略では大きくなっている。このように、得られた解集合における学習データの数には違いが見られるものの、図 12 に示したように、実際に得られた解集合は同等である。つまり、学習データの選択方法によっては、同様な性能を示す SVM がより少ない、もしくは多い学習データ数によって得られることがわかる。この結果からも、学習データの選択が SVM の性能に大きく影響することが確認できる。

一般に、学習データの数が多くなるほど学習データに対する誤識別率は低下し、検証データに対する誤識別率は高くなると考えられる。また、学習データの数が少ない場合には、その逆が予想される。これは、学習データの増加によって過学習が起こるためである。図 13 は、Diabetes と Australian のデータセットに対して探索戦略によって 1 試行で得られた解集合で

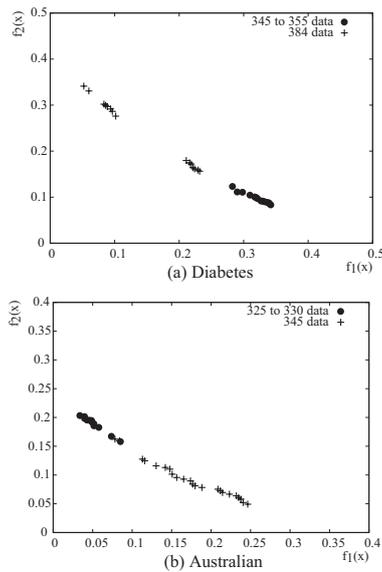


図 13 提案する探索戦略によって 1 試行で得られた解集合. 学習データの多いものを“+”で表し, 少ないものを丸で表す.
 Fig. 13 Solutions obtained by a single run of the proposed search strategy. The solutions are plotted with a circle or a “+”, depending on the number of training data used.

ある. ここでは, 解集合のうち最も学習データ数が多かったものを“+”で表し, 少なかったものを丸で表している.

図 13 (a) に示したように, Diabetes のデータセットでは, 学習データ数の多い解が学習データに対する誤識別率 (f_1) において良好な値を示している. 反対に, 学習データ数の少ない解が検証データに対する誤識別率 (f_2) において良好な値を示している. この結果より, Diabetes のデータセットでは学習データの増加ともなって過学習が起きていることがわかる.

しかしながら, 図 13 (b) に示した Australian のデータセットでは, 同様の結果が得られなかった. こちらの場合, f_1 に関して良好な値を示しているのは学習データ数の少ない解であり, 逆に学習データの多い解は f_2 において良い値を示している. この場合, 学習データが少ないにも関わらず, 過学習が起きていると考えられる. その原因として, 実験に用いた SVM のパラメータである C と γ が, 学習データに対して適切でなかった可能性がある.

実験で用いた SVM のパラメータは, あらかじめ交差検定によって求められた最適な組み合わせを用いたが, 交差検定ではデータセットの全てのデータを学習に用いることが想定されている. そのため, 学習データに含まれるデータや, データの数が変化した場合に

は最適な SVM のパラメータであるとはいえない. したがって, 今回の実験のように, データセットから学習データを選択する際には, 選択された学習データに対して最適な C と γ を求める必要があるといえる. 今後の研究では, C と γ を多目的 GA の設計変数に追加し, 学習データと SVM のパラメータを同時に最適化することを検討する.

5. 終わりに

本論文では, SVM における学習データの選択を多目的最適化問題としてとらえ, 多目的 GA 手法と多目的 GA を用いた探索戦略を適用させた. SVM の学習では, 与えられたデータセットを学習データと, 学習済みの SVM の性能を検証するための検証データに分割しなければならない. このとき, 学習データの数が多くなると過学習が生じる可能性がある. したがって, SVM の汎化能力を高めるためには最適な学習データを選択する必要がある. そこで, 学習データに対する誤識別率と検証データに対する誤識別率の最小化を目的とする, 2 目的最小化問題として扱った.

適用させた探索戦略では, 探索を 2 段階に分割することによって, 解集合の精度と幅広さをそれぞれ別に向上させる. 1 段階目の探索では, 意思決定者によって設定される希求点を用いることによって, 解集合の精度を向上させる. 次に, 2 段階目では分散協力型スキームを用いることによって解集合の幅広さを向上させる. 数値実験により, 探索戦略は一般的な多目的 GA 手法と比較して, 精度の低下を生じることなく, より幅広い解集合を導出できることを確認した.

次に, 探索戦略と一般的な多目的 GA 手法を, SVM 学習データ選択問題へと適用させた. 実験結果から, 探索戦略を用いることによって多目的 GA のみで探索を行う場合と比べ, より幅広い解集合を得られることが確認できた. 幅広い解集合を導出することによって, 問題の特徴を理解しやすくなり, どの程度のトレードオフが目的間に存在するかを把握することができる. また, 解集合に含まれる解の学習データ数についても, 探索戦略と一般的な多目的 GA 手法では違いが見られ, SVM の学習におけるパラメータの最適化の必要性を把握することができた. 学習データによって最適な SVM パラメータは異なると考えられるため, 今後の研究では学習データの最適化と同時に, SVM パラメータの最適化を行うことを検討する.

参考文献

- 1) Corinna Cortes and Vladimir Vapnik: Support-Vector Networks, *Machine Learning*, Vol. 20, No. 3, pp.273–297 (1995).
- 2) Olivier Chapelle, Vladimir Vapnik, Olivier Bousquet and Sayan Mukherjee: Choosing Multiple Parameters for Support Vector Machines, *Machine Learning*, Vol. 46, No. 1-3, pp. 131–159 (2002).
- 3) Thorsten Joachims: Text Categorization with Support Vector Machines: Learning with Many Relevant Features, *Proc. European Conference on Machine Learning*, pp.137–142 (1997).
- 4) Edgar Osuna, Robert Freund and Federico Girosi: Training Support Vector Machines: An Application to Face Detection, *Proc. 1997 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp.130–136 (1997).
- 5) Ingo Mierswa: Controlling Overfitting with Multi-Objective Support Vector Machines, *Proc. GECCO '07: 9th annual conference on Genetic and Evolutionary Computation*, pp. 1830–1837 (2007).
- 6) Frauke Friedrichs and Christian Igel: Evolutionary Tuning of Multiple SVM Parameters, *Proc. 12th European Symposium on Artificial Neural Networks (ESANN 2004)*, pp.519–524 (2004).
- 7) Tom Howley and Michael G. Madden: The Genetic Kernel Support Vector Machine: Description and Evaluation, *Artificial Intelligence Review*, Vol. 24, pp.379–395 (2005).
- 8) C. Igel: Multi-objective Model Selection for Support Vector Machines, *Proc. third international conference on evolutionary multi-criterion optimization*, pp.534–546 (2005).
- 9) Holger Fröhlich, Olivier Chapelle and Bernhard Schölkopf: Feature Selection for Support Vector Machines by Means of Genetic Algorithms, *Proc. 15th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence (IC-TAI '03)*, pp.142–148 (2003).
- 10) Tamaki Okuda, Tomoyuki Hiroyasu, Mitsunori Miki and Shinya Watanabe: DC-MOGA: Distributed Cooperation model of Multi-Objective Genetic Algorithm, *Proc. Advances in Nature-Inspired Computation: The PPSN VII Workshops*, pp.25–26 (2002).
- 11) 坂和正敏: 離散システムの最適化, 森北出版 (2000).
- 12) 坂和正敏, 石井博昭, 西崎一郎: ソフト最適化, 日本ファジィ学会編 ソフトコンピューティングシリーズ 第2巻, 朝倉書店 (1995).
- 13) 三宮信夫, 喜多一, 玉置久, 岩本貴司: 遺伝的アルゴリズムと最適化, システム制御情報ライブラリー 17, 朝倉書店 (1998).
- 14) D. E. Goldberg: *Genetic Algorithms in search, optimization and machine learning*, Addison-Wesley (1989).
- 15) C. M. Fonseca and P. J. Fleming: Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization, *Proc. 5th international conference on genetic algorithms*, pp.416–423 (1993).
- 16) E. Zitzler and L. Thiele: Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 3, No. 4, pp.257–271 (1999).
- 17) K. Deb, S. Agarwal, A. Pratap and T. Meyarivan: A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II, KanGAL report 200001, Indian Institute of Technology, Kanpur, India (2000).
- 18) E. Zitzler, M. Laumanns and L. Thiele: SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm, Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich (2001).
- 19) K. Deb: *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*, Chichester (2001).
- 20) Kalyanmoy Deb and J. Sundar: Reference Point Based Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms, *Proc. GECCO '06: 8th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, pp.635–642 (2006).
- 21) R. Tanese: Distributed Genetic Algorithms, *Proc. 3rd ICGA*, pp.434–439 (1989).
- 22) Antonio Lopez Jaimes and Carlos A. Coello Coello: MRMOGA: Parallel Evolutionary Multiobjective Optimization using Multiple Resolutions, *Proc. 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC'2005)*, pp.2294–2301 (2005).
- 23) Frank Kursawe: A Variant of Evolution Strategies for Vector Optimization, *Proc. Parallel Problem Solving from Nature. 1st Workshop, PPSN I*, pp.193–197 (1991).
- 24) H. Ishibuchi, S. Kaige and K. Narukawa: Comparison between Lamarckian and Baldwinian Repair on Multiobjective 0/1 Knapsack Problems, *Proc. 3rd International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, pp.370–385 (2005).

- 25) H. Sato, H. Aguirre and K. Tanaka: Local Dominance Using Polar Coordinates to Enhance Multi-objective Evolutionary Algorithms, *Proc. 2004 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp.188–195 (2004).
 - 26) J. Knowles, L. Thiele and E. Zitzler: A Tutorial on the Performance Assessment of Stochastic Multiobjective Optimizers, TIK Report 214, Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), ETH Zurich (2006).
 - 27) H. Ishibuchi and Y. Shibata: Mating Scheme for Controlling the Diversity-Convergence Balance for Multiobjective Optimization, *Proc. 2004 Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pp.1259–1271 (2004).
 - 28) Asuncion, A. and Newman, D. J.: UCI Machine Learning Repository [<http://www.ics.uci.edu/mllearn/MLRepository.html>]. Irvine, CA: University of California, School of Information and Computer Science (2007).
 - 29) Chih-Chung Chang and Chih-Jen Lin: LIBSVM: a library for support vector machines (2001), Software available at <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm>
-