

# 温度並列シミュレーテッドアニーリングのトラス構造最適化への応用

## Structural Optimization by Temperature Parallel Simulated Annealing

正 三木 光範 (同志社大工)

Mitsunori MIKI

Knowledge Engineering Dept, Doshisha University, Kyoto, Japan.

学 笠井 誠之 (同志社大院)

Masayuki KASAI

Key Words : Simulated Annealing, Temperature Parallel, Structural Optimization, Truss

### 1 はじめに

最適化の一手法であるシミュレーテッドアニーリング<sup>1)</sup>の並列化はいくつか行われているが、中でも温度並列シミュレーテッドアニーリング(以下 TPSA と略記する)<sup>2)</sup>は並列性能と求解の性能が良好とされている。しかしながら、これまで力学的な問題は解かれていなかった。ここでは、構造の最適設計に関してこの手法の有効性を検証し、並列化する温度条件、温度数、ならびに解の交換頻度について考察を行い、また逐次 SA との比較も行う。

### 2 温度並列シミュレーテッドアニーリング(TPSA)<sup>2)</sup>

TPSA 法による SA の並列化(Fig. 1参照)は次のように行う。まず、各並列プロセス(あるいはプロセッサ)に初期解を与え、担当する温度パラメータで一定温度下のアニーリングを行う。そして、ある適当な間隔で、隣接する温度を担当しているプロセス間で、解の交換を確率的に行う。この解交換確率を以下の式によって求める。

$$Exchange(T, E, T', E') = \begin{cases} 1 & \Delta T \cdot \Delta E < 0 \\ \exp\left(-\frac{\Delta T \cdot \Delta E}{T \cdot T'}\right) & otherwise \end{cases} \quad (1)$$

ただし、E は温度 T を担当するプロセスが持つ解のエネルギー、E' は温度 T' を担当するプロセスが持つ解のエネルギーであり、 $\Delta E = E - E'$ 、 $\Delta T = T - T'$ である。

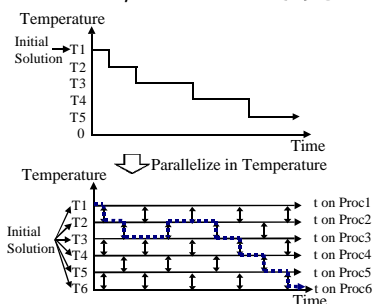


Fig. 1 Temperature Parallel Simulated Annealing

### 3 トラス構造最適化問題

本研究では、トラス構造物の最適化問題を考える。最適化の対象とする6節点10部材トラス構造物をFig. 2に示す。節点1および2は単純支持とする。節点4および6にはそれぞれ右向きに5kNの水平荷重が作用する。このトラス構造物について、最小体積となる部材断面積を求める。制約条件として個々の部材の引張応力および圧縮座屈に関する制約と、トラスの変形に関する制約(節点6のx方向の変位が0.003m以内)の2つのものを考える。

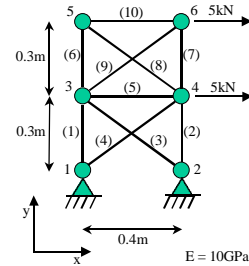


Fig. 2 10-Member Truss Structure

### 4 TPSA による最適化

4.1 状態生成 設計変数は部材の断面積であり、設計変数の次状態を生成するための摂動  $x$  は、式(2)で表される正規分布に従う確率で生成させる<sup>3)</sup>。温度がこの正規分布の標準偏差を与える。

$$g_k(x) = \frac{1}{(2\pi T_k)^{D/2}} \exp\left(-\frac{|x|^2}{2T_k}\right) \quad (2)$$

4.2 エネルギー計算 アニーリングにおけるエネルギーは、トラスの総体積と、節点の変位と部材の破損状況によるペナルティをもとに計算する。

トラスの総体積をもとにしたエネルギー計算は、次状態生成が正規分布で与えられることから、最大温度時において確率的に起こりうる最大の改悪が0.5の確率で受理されるような計算を行った。また、各部材の破損によるペナルティは一つの部材が破損したときに最大温度時で0.1の受理確率となるエネルギー増分をペナルティとして与えた。変形に関するペナルティは、制約をわずかに破ることが1部材破損のペナルティと同等になるものを与えた。

4.3 受理判定 式(3)で表される Metropolis 基準<sup>4)</sup>を用いた。

$$Accept(T, E, E') = \begin{cases} 1 & \Delta E \leq 0 \\ \exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right) & otherwise \end{cases} \quad (3)$$

4.4 解交換判定 前述の式(1)に従って行った。また、解交換の周期は20, 40, 80, 160, 320, 640ステップごとに行う方法をそれぞれ実行した。

4.5 温度条件 温度並列 SA 法では、温度を各計算要素に割り当てなければならないため、最高温度、最低温度、並列温度数、そして温度の振り分けを決定しなければならない。それは以下のように決定した。

最高温度：逐次 SA の初期温度に相当することから、最高温度での状態生成において、考慮する設計空間全域にわたって探索可能な温度とした。ここでは、状態生成の正規分布分布の標準偏差が1000になるように最高温度を  $1.0 \times 10^6$  とした。なお、これに伴いエネルギー計算におけるスケールパラメータが決められる。

最低温度：得ようとする解の精度で決定した．ここでは，最低温度時の次状態生成分布の標準偏差が 1 になるように温度を 1 とした．

並列温度数：2, 4, 8, 16, 32, 64 温度数を用いた．

温度の振り分け：最高温度と最低温度の間を，以下の式(4)に従って等比的に割り当てた．

$$T_{k+1} = T_k \quad (4)$$

最高温度，最低温度，並列温度数を決めると， が決まる．

## 5 適用結果

### 5.1 温度並列数と解交換周期について

TPSA において，並列温度数と解交換周期をそれぞれ変更した結果の 3 回試行平均を Fig. 3 に示す．ここでは，温度並列数が 32 で，解交換周期が 160 ステップの条件が最小のトラス総体積( $9.47 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ )を得た結果となっている．この図では，2 温度数では性能が良くないが，4 温度数からすでに温度並列の効果が現れ始めていることが解かる．また，解交換周期に関しては，探索終了までの解交換回数によって，1つの解がそのステップ内で全温度にわたって推移できる得る回数であるときのものが，適切な解交換周期であると考えることができる．なお，温度並列数 32，解交換周期 160 の条件で最適化されたトラスの一例を Fig. 4 に示す．

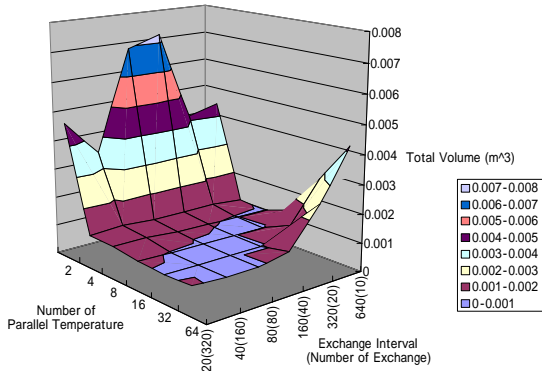


Fig. 3 Average Total Volume by TPSA

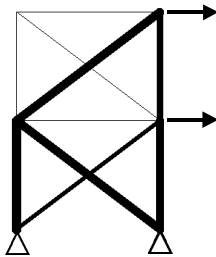


Fig. 4 Optimized Truss Structure

### 5.2 逐次 SA との比較

また，TPSA と逐次 SA の比較も行った．その結果を Table. 1 に示す．まず SA[32]は，32 段階のクーリングを行う逐次 SA であり，32 個の異なる初期解(32 回試行)を与えて実行した結果である．これは，TPSA[32,160] (32 温度並列，解交換周期 160 の TPSA)が 32 個の初期解をもとにアニーリングを行うこととの対比からそのような試行を行った．この結果を見ると，6400 ステップのアニーリングでは，SA[32]の求解性能が安定していない．これはアニーリングステップ数が問題空間に対して十分でないことから起こる，不適切な急速クーリングが行われていることを表している．し

かしながら，同ステップ数で求解性能が安定している TPSA[32,160]では，そのような少ないステップ数においても不適切に急速なクーリングが行われておらず，並列化温度間の解交換による適切な温度管理が行われていると考えられることができる．

一方，SA(long)[32]は TPSA と同等の計算資源を使用した逐次 SA の 3 回試行の結果である．長時間の緩慢なクーリングを行う SA(long)[32]が SA[32]より求解が安定しているのは，当然の結果である．TPSA に関する他の報告<sup>2)</sup>では，このような比較においても TPSA の優位性が報告されているが，ここでの問題では，長時間の逐次 SA の方がわずかに性能が良好なものとなっている．それは今回の問題空間に対してこの長時間のアニーリングによる探索回数が十分であったということであり，また，最終温度付近における探索回数が多いことからくる局所探索能力の向上を得たと考えることができる．しかしながら，これは TPSA[32,160]や SA[32]に比べて多くの計算時間を要している．

結論としては，本稿で扱った問題は問題空間の多峰性という観点からは局所解が少なく，逐次 SA でも十分長い時間をかければ局所解にトラップされることもなく良質の解を得る．TPSA では，温度並列化によって一つの解の低温時に行う探索回数が，長時間の逐次 SA に比べて短い．そのための局所探索能力の低下によって，長時間逐次 SA に比べて解の精度は劣るものとなる．しかし，TPSA の温度管理の自動化<sup>2)</sup>という効果はこのような問題においても十分発揮している．アニーリングステップ数が等しい TPSA[32,160]と SA[32]の比較がそれを示している．

Table. 1 Comparison of TPSA and SA

	Annealing Step	Total Volume (m <sup>3</sup> )			Execution Time (sec)
		Max	Ave	Min	
TPSA [32,160]	6400	9.54E-04	9.47E-04	9.41E-04	23
SA [32]	6400	7.71E-03	3.48E-03	9.50E-04	2.1
SA (long) [32]	6400 × 32	9.32E-04	9.31E-04	9.31E-04	64.3

## 6 おわりに

- 1) 温度並列シミュレーテッドアニーリングは，力学的問題であるトラス構造物の最適化問題に対しても良好な性能を示した．
- 2) 局所解の少ない問題では，長時間の逐次 SA による解の精度は，TPSA よりも良い．
- 3) しかし，TPSA は問題空間に対して比較的少ない総アニーリングステップ数でも適切な温度管理を行い，短時間で解を求める性能は極めて良好である．

## 7 参考文献

- 1) Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., Jr. and Vecchi, M. P.: Optimization by Simulated Annealing, Science, Vol.220, No.4598, pp.671-680 (1983)
- 2) 小西 健三, 瀧 和男, 木村 宏一: 温度並列シミュレーテッド・アニーリング法とその評価, 情報処理学会論文誌, Vol.36, No.4, pp.797-807 (1995)
- 3) G. E. Hinton, T. J. Sejnowski, and D. H. Ackley,: Boltzmann Machines: Constraint Satisfaction Networks That Learn, Tech. Rept. CMU-CS-84-119 (1984)
- 4) Aarts,E. and Korst, J.: Simulated Annealing and Boltzmann Machines, Wiley, NY (1989)