

確率モデル遺伝的アルゴリズムを用いた構造物最適化

Structural Optimization by Probabilistic Model-Building Genetic Algorithm

○ 非 下坂 久司 (同志社大院) 正 廣安 知之 (同志社大工)
正 三木 光範 (同志社大工)

Hisashi SHIMOSAKA, Graduate School of Engineering, Doshisha University, 1-3 Tatara Miyakodani, Kyoto, Tanabe, Kyoto, hisashi@mikilab.doshisha.ac.jp

Tomoyuki HIROYASU, Doshisha University, tomo@is.doshisha.ac.jp

Mitsunori MIKI, Doshisha University, mmiki@mail.doshisha.ac.jp

In this paper, Genetic Algorithms (GAs) are applied to structural optimization problems. These problems are one of the complex and constrained optimization problems. Therefore, to solve the problems, the GAs with strong searching capability and the mechanisms which handle the constraints efficiently must be prepared. So this paper applies penalty method and pulling back method to Distributed Probabilistic Model-Building Genetic Algorithm (DPMBGA). DPMBGA is the extended algorithm of Probabilistic Model-Building GA (PMBGA) and it has high searching capability.

DPMBGA with the penalty method and pulling back method are applied to truss structural optimization problems. Through the simulation, the searching capability and efficiency of penalty method and the pulling back method are discussed. From the discussion, it is concluded that the pulling back method can derive good solution even when the problem is difficult. Compared to the penalty method, the number of the individuals that violate the constraints is smaller in the pulling back method.

Key word: Probabilistic Model-Building GA, Distributed GA, Distributed PMBGA, Pulling Back Method, Penalty Method, Structural Optimization

1 はじめに

本研究では、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm:GA)^{1, 2)} を構造物の最適化問題に適用する。構造物の最適化問題は一般に、大規模複雑な制約付きの最適化問題であるため、効率的に構造物の最適化問題を解くには、探索能力の優れた GA と、GA において効果的に制約条件を扱う機構が必要となる。

近年、GA において効率的な探索を行うための新しいアプローチとして、確率モデル遺伝的アルゴリズム (Probabilistic Model-Building Genetic Algorithm : PMBGA)³⁾ , または Estimation of Distribution Algorithm (EDA)⁴⁾ が注目されている。これらは、母集団内の良好な個体の統計情報を用いて新しい個体を生成する手法であり、良好な親個体の形質を受け継いだ子個体を生成することができると期待されている。筆者らはすでに、新しい PMBGA として Distributed PMBGA (DPMBGA) を提案した⁵⁾ 。DPMBGA は分散遺伝的アルゴリズム (Distributed GA : DGA)⁶⁾ の概念を導入し、母集団を複数の島に分割することによって多様性の維持を図る。また、確率分布のモデル構築の際に、主成分分析 (Principal Component Analysis : PCA) によって個体群の分布を変換する。これにより、設計変数間の依存関係を考慮して子個体を生成することができ、効率的な解探索が期待できる。

一方で、多くの実問題と同様に、構造物の最適化問題は制約付きの最適化問題であることが多い。GA は一般

に制約条件を陽に扱わないため、構造物の最適化問題を解くためにはなんらかの制約条件を扱う機構が必要となる。このため、GA において制約条件を扱うための多くの機構が既に開発されている⁷⁾ 。

GA において制約条件を扱う最も一般的な方法は、制約条件を外れた探索点の適合度にペナルティを付加するという方法である^{1, 8)} 。しかしながら、ペナルティ法では適切なペナルティの設定が難しく、厳しい制約条件では、多くの個体が制約条件を外れることによって探索性能を悪化させることが問題点として挙げられる。一方で、引き戻し法⁹⁾ では、制約条件を外れた個体を最も近い実行可能領域に引き戻す。引き戻し操作は、制約条件を線形に近似することにより実現される。この手法では、制約条件を外れた個体を実行可能領域に引き戻すことにより、実行可能領域内の個体が増え、効率的な探索が行えることが期待できる。

本研究では、トラス構造物最適化問題を対象とし、DPMBGA にペナルティ法と引き戻し法を適用する。数値実験により両手法の性能を比較検討し、有効性を検証する。また、引き戻し法とペナルティ法の性能差を、各世代の制約条件を外れる個体数から考察する。

2 分散確率モデル遺伝的アルゴリズム

本研究では、分散確率モデル遺伝的アルゴリズム (DPMBGA) を構造物最適化問題に適用する。本章では分散確率モデル遺伝的アルゴリズムについて説明する。

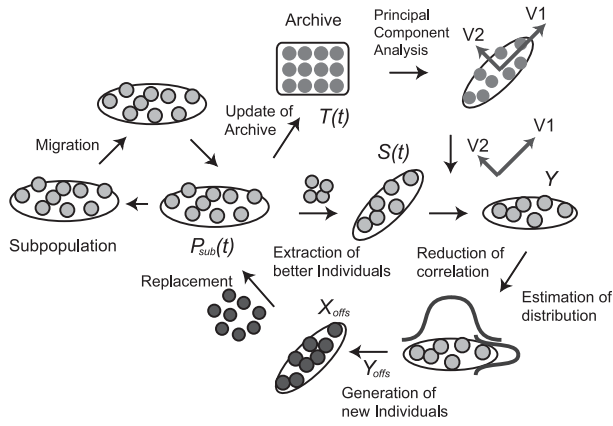


図 1: Outline of DPMBGA

2.1 分散確率モデル遺伝的アルゴリズム

分散確率モデル遺伝的アルゴリズム (Distributed PMBGA : DPMBGA)⁵⁾ は、新しい PMBGA のモデルであり、多様性を維持するメカニズムとして、分散遺伝的アルゴリズム (Distributed GA : DGA)⁶⁾ の概念を導入している。DPMBGA では、母集団内の全個体が複数の島に分割され、各島内において PMBGA を行い、一定世代ごとに、島間で個体の交換 (移住) を行う。また、設計変数間の依存関係を考慮して探索点を生成するために、実数値 GA を用い、主成分分析 (Principal Component Analysis : PCA) によって個体分布を変換する。DPMBGA の概要を図 1 に示す。DPMBGA では各島において、以下の手順を繰り返すことにより探索を行う。以下の手順において、エリートアーカイブとは、過去の探索で発見された最良の個体群を、アーカイブサイズを上限として格納したものを指す。

1. サブ母集団 $P_{sub}(t)$ から抽出率に基づき、適合度の高い順に良好な個体 $S(t)$ を抽出する。
2. エリートアーカイブ $T(t)$ に PCA を適用し、主成分 V を求める。
3. 求められた主成分 V を用い、良好な個体群 $S(t)$ の設計変数を無相関化する。
4. 正規分布によって、無相関化された良好な個体群 Y の分布を推定する。
5. 推定した確率モデルより、島内の個体数と同じ数の子個体 Y_{offs} を生成する。
6. 設計変数の相関を復元 (X_{offs}) し、島内の個体と置き換え、 $P_{sub}(t+1)$ とする。
7. 突然変異を行い、個体の適合度を評価する。
8. エリートアーカイブ $T(t)$ を更新し、 $T(t+1)$ とする。

3 制約条件を扱うメカニズム

本研究では、ペナルティ法と引き戻し法を、DPMBGA に導入する。本章では、DPMBGA に導入するペナルティ法と引き戻し法について述べる。

3.1 ペナルティ法

ペナルティ法^{1, 8)} は満たされない制約条件を罰金化した項を目的関数と組み合わせた関数を最適化するという手法である。例えば、式 (1) に示す制約条件付きの最適化問題があるとする。

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{such that} \quad & g_j(\mathbf{x}) \geq 0 \quad j = 1..m \end{aligned} \quad (1)$$

この時、ペナルティ関数法では式 (2) に示す関数を定義し、最適化を行う。ただし、 $\rho > 0$ である。 ρ は、ペナルティパラメータと呼ばれる。

$$\min \quad F_\rho(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \rho(\sum_{i=1}^m \max\{0, -g_j(\mathbf{x})\}) \quad (2)$$

これにより GA の探索において、制約条件を外れた個体が次の世代に選ばれにくくなる。しかしながら、ペナルティ法は制約条件が厳しくなった場合、多くの個体が探索に参加できず効率的な探索が行えない可能性がある。

3.2 引き戻し法

引き戻し法⁹⁾ は、GA の解探索中にある個体が制約条件を外れた場合、その個体を最も近い実行可能領域に引き戻すという操作である。例えば、式 (1) に示す最適化問題があるとする。その時、ある個体 (x_{out}) が 1 つ以上の制約条件を満たさない場合、式 (3) を解くことを考える。ただし、 $d = x - x_{out}$ である。

$$\begin{aligned} \min \quad & F_{pb}(d) = \sqrt{d^* d} \\ \text{such that} \quad & \nabla g_j(x_{out})d + g_j(x_{out}) \geq 0 \\ & , \quad j = 1, \dots, h \end{aligned} \quad (3)$$

目的関数は、制約を外れた個体 (x_{out}) と実行可能領域までの距離の最小化である。式 (3) では、個体 (x_{out}) が満たしていない制約条件 h 個を線形 1 次で近似し、制約条件を満たす領域との最小距離を求める。この式 (3) を解くことにより求められた d から制約条件を満たす新しい点 x が得られる。

式 (3) は、2 次計画問題であり、様々な最適化手法によって一意に解くことができる。本研究では、双対法 (有効制約法) を用いた。しかしながら、この手法は制約条件を 1 次近似しているため、1 回の引き戻し操作では完全に最適化問題の制約条件を満たさない場合がある。よって、すべての制約条件を満たすまで、引き戻し操作を繰り返し行い、個体の引き戻しを行う。引き戻しの終了条件は次のいずれかである。

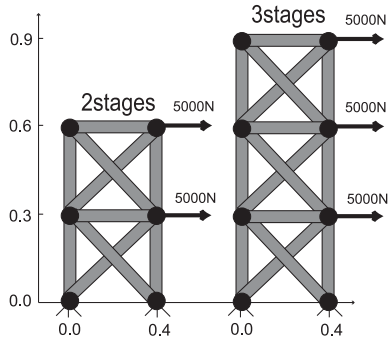


図 2: Target Truss Structures

1. 全ての制約を満たす
2. 引き戻し回数が定めた回数を越える
3. 1 回の引き戻しの移動距離が一定以下になる

本研究では、1 個体あたりの引き戻し回数の上限を 20、移動距離の下限を $1e-8$ とした。いずれかの終了条件により、引き戻し処理が終了しても、すべての制約を満たしていない場合は、ペナルティ法により評価値を与える。

4 数値実験

4.1 ペナルティ法と引き戻し法の性能比較

本節では、トラス構造物最適化計算を対象とし、DPM-BGA にペナルティ法と引き戻し法を適用した手法の比較実験を行う。これにより、両手法の有効性を検証する。

4.1.1 対象問題

本研究では、節点と部材から構成されるトラス構造物の最適設計問題を対象とする。トラス構造物の最適設計問題とは、ある節点に加重を付加し、複数の制約条件を与えたとき、最小体積となるトラス構造物を設計する問題である。制約条件には、各節点の変位、各部材の応力や座屈の有無などが考えられる。本研究では、各部材の断面積を設計変数とし、6 節点 10 部材のトラス構造物最適化問題 (図 2: 左) および 8 節点 15 部材のトラス構造物最適化問題 (図 2: 右) を対象とした。このトラス構造は複数の節点に水平加重 5000N を付加し、最下層の 2 つの節点 (0.0,0.0) と (0.4,0.0) を固定している。使用材料は簡単のため縦弾性係数 10GPa の線形弾性材とした。6 節点 10 部材のトラス構造物最適化問題の最適解は体積が $5.9e-4(m^3)$ 以下、8 節点 15 部材のトラス構造物最適化問題の最適解は体積が $1.27e-3(m^3)$ 以下とした。また制約条件は両トラス構造物ともに全部材において座屈が起こらないこと、および応力が $4e+7Pa$ 以下とした。

4.1.2 数値実験による性能比較

図 2 のトラス構造物を対象とし、DPMBGA にペナルティ法および引き戻し法を適用して、両手法の性能を比較する。DPMBGA のパラメータは表 1 の通りである。こ

表 1: Parameters of DPMBGA

Number of Individuals (1 island)	16
Number of elites	1
Number of islands	1,2,4,8,16,32
Migration rate	0.0625
Migration interval	5
Archive size for PCA	100
Sampling rate	0.25
Amp. of Variance	2
Mutation rate	0.1/ (Dim. of Func.)

表 2: Number of Times that the Optimum is Found (2 Stages Truss)

Number of Island	Penalty Function	Pulling Back
1	0	25
2	6	25
4	14	25
8	18	25
16	22	25
32	25	25

れは参考文献⁵⁾より決定された。終了条件は、6 節点 10 部材のトラス構造物では 100 万評価計算、8 節点 15 部材のトラス構造物では 200 万評価計算とした。試行数は 25 であり、両実験ともペナルティパラメータ ρ は $1e+6$ とした。

6 節点 10 部材のトラス構造物における最適解発見回数を表 2 に、8 節点 15 部材のトラス構造物における最適解発見回数を表 3 に示す。表 2、表 3 に示された、両手法の最適解の発見回数より、ペナルティ法は DPMBGA の島数を増やすことで安定した探索を行えることがわかる。一方で引き戻し法は少ない島数でも安定した探索を行うことができることがわかる。また問題が複雑になった場合、ペナルティ法よりも引き戻し法の方が安定した探索を行える可能性があることも示された。

また、6 節点 10 部材のトラス構造物における最適解発見時の平均評価計算回数を図 3 に示す。図 3 より、ペナルティ法は比較的少ない評価計算回数で最適解を発見でき、引き戻し法は島数を増やすほど、最適解を発見するのに多くの評価計算回数を必要とすることがわかる。

表 3: Number of Times that the Optimum is Found (3 Stages Truss)

Number of islands	Penalty Function	Pulling Back
1	0	24
2	1	19
4	4	24
8	4	19
16	5	5
32	12	0

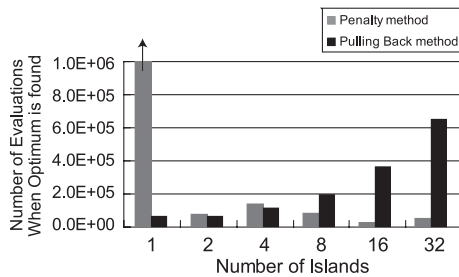


図 3: Average of Number of Evaluations when the Optimum is Found (2 Stages Truss)

これらの結果から、比較的簡単な問題においては、島数を増やしたペナルティ法が有効であることが示された。しかしながら、複雑な問題においては、引き戻し法が有効であり、少ない島数の方がより少ない評価計算回数で最適解を発見できると考察できる。

4.1.3 制約条件を外れる個体数の比較

4.1.2 節の実験における、ペナルティ法と引き戻し法の性能差を検証する。本節では、ペナルティ法、引き戻し法の両手法において、各世代における制約条件を満たさない個体の割合から検証を行う。

4.1.2 節の 6 節点 10 部材のトラス構造物最適化における、各世代の 1 つ以上の制約条件を満たさない個体の割合を図 4 に示す。両手法とも 32 島 (512 個体)、25 試行中の中央値の結果である。

図 4 より、ペナルティ法では常に 6 割近い個体が制約条件を外れることがわかる。一方で、引き戻し法では 3 割程度の個体しか制約条件を外れないことがわかる。

これらの結果より、ペナルティ法では探索中の多くの個体が制約条件を外れ、効率的な探索が行えていないと考えられる。そのため、ペナルティ法で安定した探索を行うためには、多くの個体数を必要とすると考察できる。逆に引き戻し法は制約を外れた個体が引き戻しによって、実行可能領域に戻され、少ない個体数でも効率的な探索が実現できていると考えられる。

5 まとめ

構造物の最適化問題は、大規模複雑な制約付き最適化問題であるため、その効率的な解探索には探索性能の優れた最適化手法と、効率的に制約条件を扱うための機構が必要である。そのため本研究では、トラス構造物最適化問題を対象とし、DPMBGA に、ペナルティ法と引き戻し法を適用し、数値実験により有効性を検証した。

数値実験より、比較的簡単な問題においては、島数を増やしたペナルティ法が有効なことがわかった。しかしながら、複雑な問題においては、引き戻し法が有効であり、少ない島数の方がより少ない評価計算回数で最適解を発見できることもわかった。さらに、各世代において

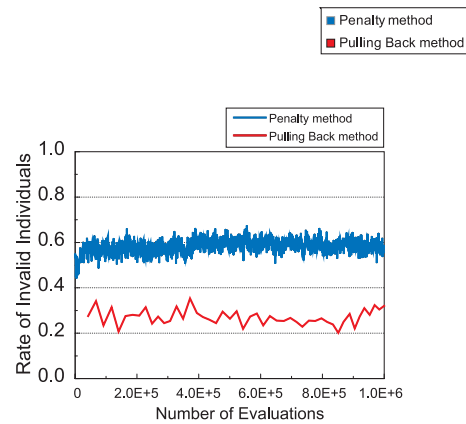


図 4: History of Rate of Invalid Individual

制約条件を外れる個体の割合を考察した結果、引き戻し法はペナルティ法に比べ、制約条件を外れる個体が少ないことが示された。

これらより、DPMBGA に引き戻し法を適用した手法は、構造物の最適化計算に有効であることを明らかにした。

参考文献

- 1) Goldberg,D.E. *Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.
- 2) Holland,J.H. *Adaptation In Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press,1975.
- 3) Pelikan,M., Goldberg,D.E., and Lobo,F. *A Survey of Optimization by Building and Using Probabilistic Models*, Technical Report 99018, IlliGAL,1999.
- 4) Larranaga,P., Lozano,J.A. *Estimation of Distribution Algorithms. A New Tool for Evolutionary Computation*, Kluwer Academic Publishers,2001.
- 5) Tomoyuki,H., Miki,M., Sano,M., Shimosaka,H., Tsutsui,S. and Dongarra,J. *Distributed Probabilistic Model-Building Genetic Algorithm*, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO2003), pp.1015 - 1028, 2003.
- 6) Tanese,R. *Distributed Genetic Algorithms*, Proc. 3rd International Conference on Genetic Algorithms,pp.434 - 439,1989.
- 7) Coello Coello,A.C. *A Survey of Constraint Handling Techniques used with Evolutionary Algorithms*, Technical Report Lania-RI-99-04,Laboratorio Nacional de Informática Avanzada,1999.
- 8) Richardson,J.T., Palmer,M.R., Liepins,G. and Hilliard,M. *Some Guidelines for Genetic Algorithms with Penalty Functions*, In J. David Schaffer, editor, Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms, pp.191 - 197,1989.
- 9) Mimura,Y., Yoshimura,S., Hiroyasu,T. and Miki,M. *Development of Multi-Stage and Hybrid Real-Coded Genetic Algorithms with Active Constraints*, Proceedings of 2002 ASME Design Engineering Technical Conferences (DETC) & The Computers and Information in Engineering Conference, DETC2002/DAC-34059(CD-ROM).2002.

出典:

日本機械学会 第 13 回第 13 回設計工学システム部門講演
会，講演論文集

No.03-27，

pp130-133，

(2003 年 10 月)

問い合わせ先:

同志社大学工学部/同志社大学大学院工学研究科
知的システムデザイン研究室

(<http://mikilab.doshisha.ac.jp>)